

INSTITUTO EDUCACIONAL *BM&FBOVESPA*
A Nova Bolsa

Apreçamento de Opções

Introdução ao Mercado de Opções – Aula 29
Instituto Educacional BM&FBOVESPA

Prof. Paulo Lamosa Berger

Visite o site do Instituto Educacional BM&FBOVESPA
www.bmfbovespa.com.br/educacional

06/06/2016 Confidencial Restrita Confidencial Uso Interno Público

Índice

- **Black-Scholes –premissas; volatilidade histórica**
- Exercícios Bloco 1;
- Black-Scholes – modelo
- Exercícios Bloco 2;
- Volatilidade implícita;
- Exercícios Bloco 3.

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER

2

Modelo BS INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa 

Prêmio da Opção

- Sejam: S o preço da ação, T data de vencimento da opção, e K preço de exercício da opção.
- O comprador de tal opção tem o direito de comprar uma unidade da ação no instante T por K unidades financeiras.
- Isto significa que a opção paga $\max(S_T - k, 0)$, no seu vencimento.
- Qual deve ser o prêmio desta opção?

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER 3

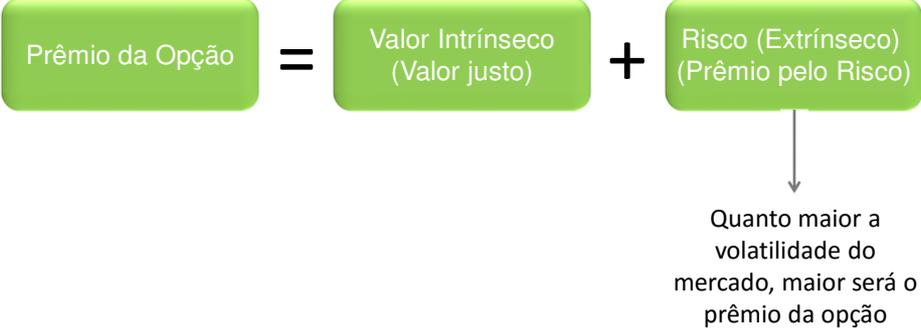
Modelo BS INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa 

- Suponha que o valor de K seja 60, $r_T = 0.08$ e que S_T seja igual a:
 - 55 - Neste caso a opção paga...
 - 62 - Neste caso a opção paga...
 - 65 - Neste caso a opção paga...
 - 70 - Neste caso a opção paga...
- Quanto vale a opção em cada estado da natureza?
- E se estes fossem todos os estados da natureza, como vc calcularia o preço da opção?

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER 4

Modelo BS INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa 

O Prêmio de mercado de uma opção pode ser dividido em duas partes:



The diagram consists of three green rounded rectangular boxes arranged horizontally. The first box contains the text 'Prêmio da Opção'. To its right is an equals sign (=). The second box contains 'Valor Intrínseco (Valor justo)'. To its right is a plus sign (+). The third box contains 'Risco (Extrínseco) (Prêmio pelo Risco)'. A vertical arrow points downwards from the bottom center of the third box to the text 'Quanto maior a volatilidade do mercado, maior será o prêmio da opção'.

Quanto maior a volatilidade do mercado, maior será o prêmio da opção

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER 5

Modelo BS INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa 

Valor intrínseco:

Diz respeito à relação do preço do ativo subjacente (ação) com o prêmio de exercício da opção.

Se a opção possui algum valor real no seu prêmio, isto quer dizer que ela possui valor intrínseco.

A fórmula para encontrá-lo é:

Fórmula para Opção de Compra
Valor Intrínseco = Preço da Ação – Preço de Exercício da Opção, se > 0

Fórmula para Opção de Venda
Valor Intrínseco = Preço de Exercício da Opção – Preço da Ação, se > 0

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER 6

Valor intrínseco:

No caso de uma call com preço de exercício a 28 e preço atual da ação a 30 reais, temos um valor intrínseco de 2 reais, pois será possível exercer essa opção obtendo 2 reais de lucro. Isto porque, comprada a ação a 28 reais, pode-se vendê-la a 30 reais no mercado.

Observe que se o preço de exercício for superior ao preço da ação, digamos 32 reais, não é vantajoso exercer a opção, pois se pode comprar a ação a 30 no mercado.

Uma call só tem valor intrínseco se o preço da ação menos o preço de exercício for positivo ou zero, caso o contrário, diremos que este não existe.

O mesmo raciocínio deve ser seguido para encontramos o valor intrínseco de uma put, será lucrativo exercer apenas quando o preço de exercício for maior do que o preço da ação.

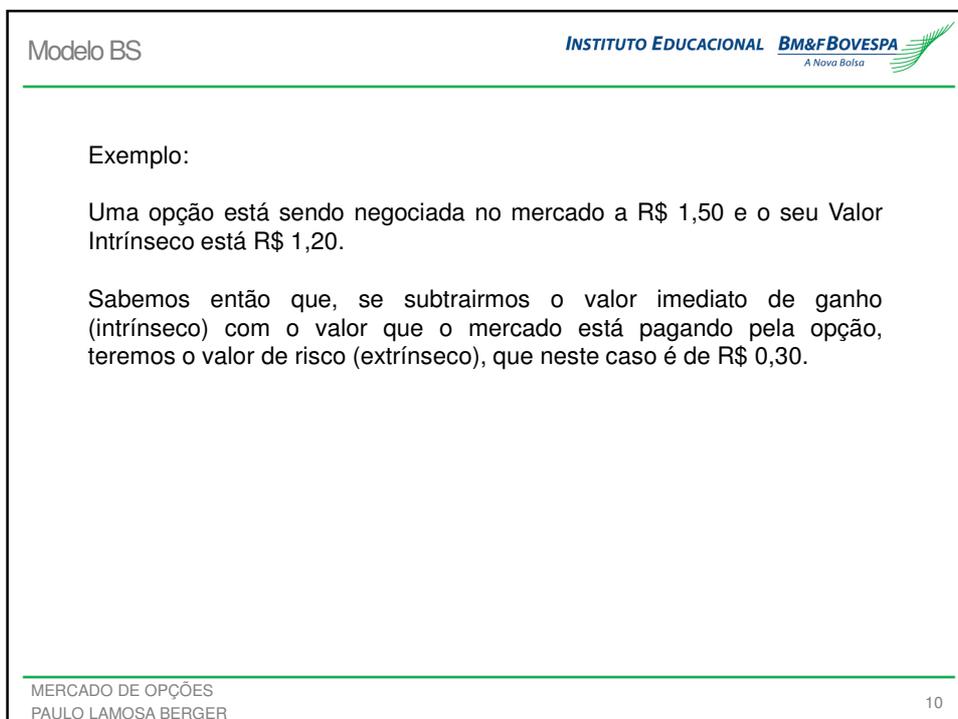
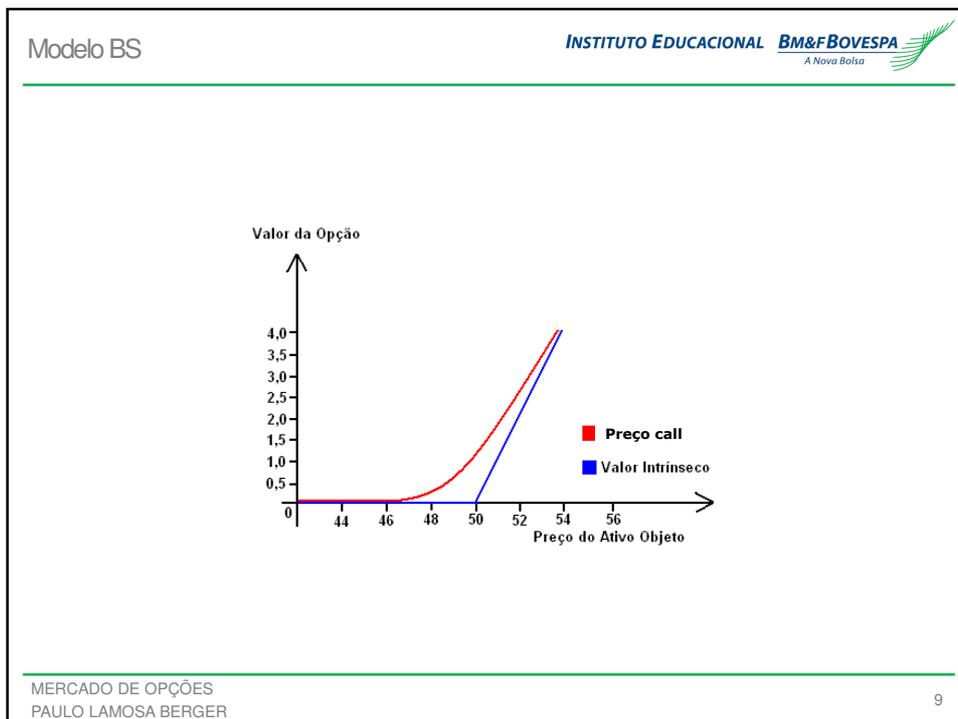
Nesse caso, o valor intrínseco será equivalente ao preço de exercício menos o preço da ação. Da mesma forma que ocorre com a call, só teremos valor intrínseco caso a subtração resulte em um número positivo ou zero, caso contrário diremos que ele não existe.

Valor extrínseco: chamado de “valor do tempo”, também conhecido como “gordura”.

- Consiste da parte do prêmio que está fora do dinheiro (out-of-the-money OTM) e que diz respeito à expectativa do mercado em relação a uma possível movimentação futura favorável do preço do ativo objeto, dado o tempo que ainda resta até o vencimento.
- É a taxa cobrada pelo risco de que essa opção entre no dinheiro até o dia do vencimento.
- Se refere a possibilidade que ainda existe de que dê exercício nessa opção na data do vencimento. Assim, o VE é o lucro cobrado pelo lançador da opção em razão do risco que este assume.

$$\text{Valor Extrínseco (VE)} = \text{Preço da opção} - \text{Valor Intrínseco.}$$

O valor do tempo decorre da probabilidade que a opção tem de ser exercida à medida que ainda há tempo até seu vencimento. Isso faz com que mesmo opções fora do dinheiro possuam preços positivos.



Modelo BS

INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa

Valores das Opções de Compra do Ativo VALE5
No Momento em que seu Preço à Vista é de R\$38,19

Calls Série G	Preço de Exercício	Valor do Prêmio	Valor Intrínseco	Valor Extrínseco	
VALEG32	32	R\$ 6,92	R\$ 6,19	R\$ 0,73	ITM
VALEG34	34	R\$ 4,65	R\$ 4,19	R\$ 0,46	ITM
VALEG36	36	R\$ 2,50	R\$ 2,19	R\$ 0,31	ITM
VALEG38	38	R\$ 0,99	R\$ 0,19	R\$ 0,80	ATM
VALEG40	40	R\$ 0,38	R\$ 0,00	R\$ 0,38	OTM
VALEG42	42	R\$ 0,09	R\$ 0,00	R\$ 0,09	OTM
VALEG44	44	R\$ 0,01	R\$ 0,00	R\$ 0,01	OTM

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER

11

Modelo BS

INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa

Opções que estão fora do dinheiro (OTM) possuem apenas valor extrínseco.

E quanto mais fora do dinheiro a opção estiver, menor será o seu valor (prêmio).

- Isso se deve ao fato de que a probabilidade de que termine dentro do dinheiro no dia do vencimento atualmente é mínima.

Neste caso, todo o valor do seu prêmio é "gordura", expectativa de mercado.

Nele está precificada a esperança de que o ativo objeto possa realizar um movimento volátil antes do vencimento e essa opção fique dentro do dinheiro.

É o preço que se paga pela probabilidade de que isso ocorra e o risco de que a opção seja exercida.

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER

12

Modelo BS

Exemplo:

O preço de mercado do ativo objeto OGXP3 é de R\$ 10,00 e o preço de mercado da call OGXP11 ($K = 11$) é de R\$ 0,40.

Teoricamente essa opção não tem valor “real” algum nas condições de atuais de mercado, pois não compensaria o seu exercício.

Ninguém vai pagar R\$ 0,40 para comprar o direito de comprar o ativo OGXP3 por R\$ 11,00, visto que hoje no mercado à vista ele está sendo vendido a R\$ 10,00.

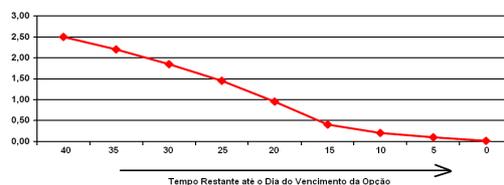
Modelo BS

Opções com prazos de vencimento mais longos perdem seu VE num ritmo menor do que opções com prazos mais curtos.

Assim, quanto mais perto do vencimento, menor será o valor extrínseco de uma opção.

As que estão dentro do dinheiro perderão todo o seu valor extrínseco até o dia do vencimento, quando restará apenas o seu valor intrínseco.

As que estão fora do dinheiro não possuem valor intrínseco algum, portanto, perderão todo o seu valor, visto que ele consiste totalmente de valor extrínseco.



Modelos de Precificação:

Ao longo da evolução do mercado financeiro, a precificação de opções já foi realizada por meio de diversos diferentes modelos, mas atualmente os mais comuns são o Binomial e o modelo *Black & Scholes*.

Ambos levam em consideração várias variáveis no momento de se precificar uma opção e por isso envolvem certa complexidade. No entanto isso também garante que os resultados sejam mais precisos.

Devido sua relativa simplicidade e alta eficácia, o modelo Black Scholes é amplamente utilizado para encontrar os preços justos de opções.

Foi elaborado por dois cientistas chamados Fisher Black e Myron Scholes, que adaptaram uma fórmula física para descrever um fenômeno financeiro que é a precificação de derivativos. Este modelo foi proposto pela primeira vez em 1973.

O modelo BS leva em consideração essencialmente cinco variáveis:

- Volatilidade (anualizada, considerando a função financeira de cálculo de juros compostos calculada continuamente) (+/+)
- Taxa de Juros livre de risco (SELIC/CDI no caso brasileiro) (+/-)
- Tempo restante para o exercício da opção (+/+)
- Preço do ativo objeto (+/-)
- Preço de Exercício (-/+)

Além do fator temporal para o exercício, que é inerente ao processo de precificação uma opção, uma vez que ele elimina as incertezas, a **volatilidade** é a variável de maior peso na precificação.

Modelo BS		INSTITUTO EDUCACIONAL BM&FBOVESPA A Nova Bolsa	
VARIÁVEIS	EFEITO na CALL	EFEITO na PUT	
Ativo-Objeto Aumenta	Aumenta	Diminui	
Volatilidade Aumenta	Aumenta	Aumenta	
Taxa de Juros Aumenta	Aumenta	Diminui	
Evolução no tempo Aumenta	Aumenta	Aumenta	
Preço Exercício Aumenta	Diminui	Aumenta	

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER

17

Modelo BS		INSTITUTO EDUCACIONAL BM&FBOVESPA A Nova Bolsa	
<ul style="list-style-type: none"> O modelo BS, assume que o preço do ativo objeto segue um MBG (modelo browniano geométrico). Isso significa que o preço da ativo obedece a seguinte EDE (equação diferencial estocástica): $dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$ Esta indica como o preço da ação evolui ao longo do tempo: <ul style="list-style-type: none"> depende de uma componente determinística que gera um rendimento contínuo à taxa μ_t, mais um termo estocástico que depende do movimento browniano, e devido à volatilidade constante, apresenta distribuição normal. 			

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER

18

Volatilidade Histórica (VH)

É a volatilidade que um ativo apresentou no passado e pode ser observada em diferentes períodos de tempo.

Pode-se calcular a volatilidade histórica de um ativo para a última semana, o último mês, o último ano, etc.

Imagine que você queira saber qual foi a volatilidade de um ativo no último mês, ou seja, nos últimos 30 dias. Como os mercados não abrem aos finais de semana, assim, para calcular a volatilidade de um ativo para o último mês, você precisaria calcular para o período dos últimos 21 dias. O mesmo princípio deverá ser usado para o cálculo da volatilidade em um ano, nesse caso 252 dias e não 365 dias.

O que deve ficar claro é que a volatilidade histórica faz parte do passado e não necessariamente reflete os acontecimentos do futuro. Ela apenas é uma tentativa de estimar esse movimento.

Podemos dizer que a volatilidade histórica é o ponto de partida para a tentativa de estimar a volatilidade futura.

Volatilidade Histórica (VH)

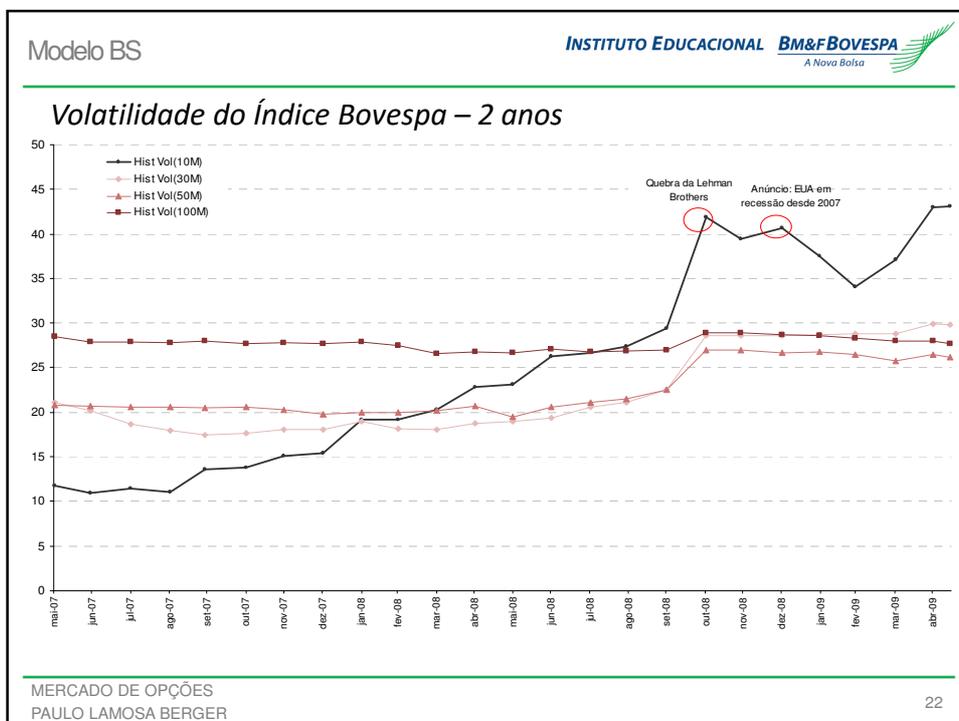
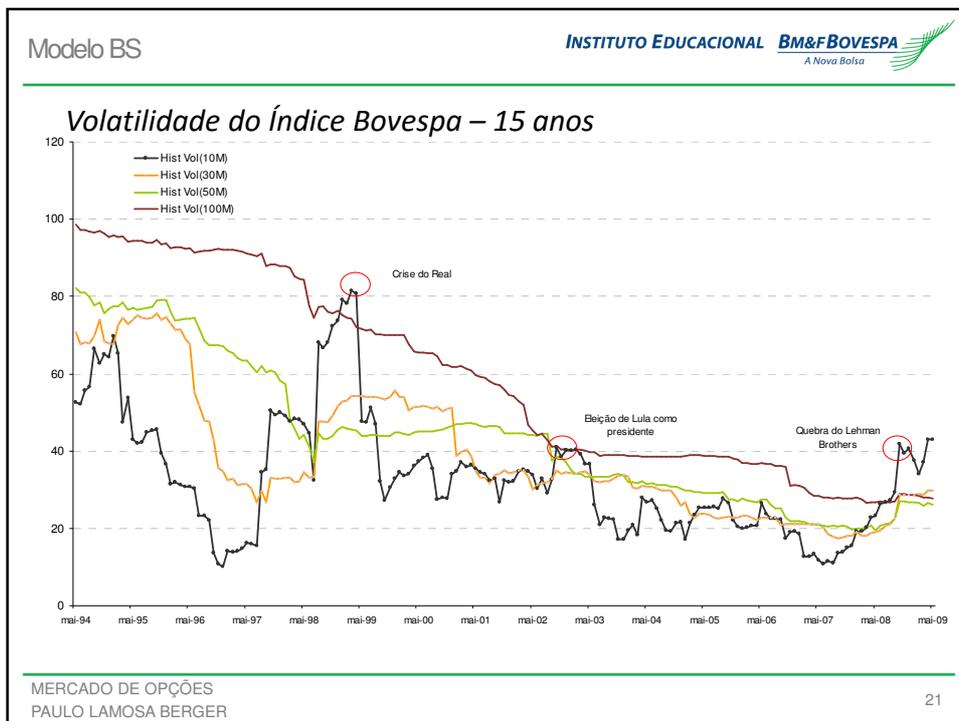
O período de cálculo depende de cada investidor.

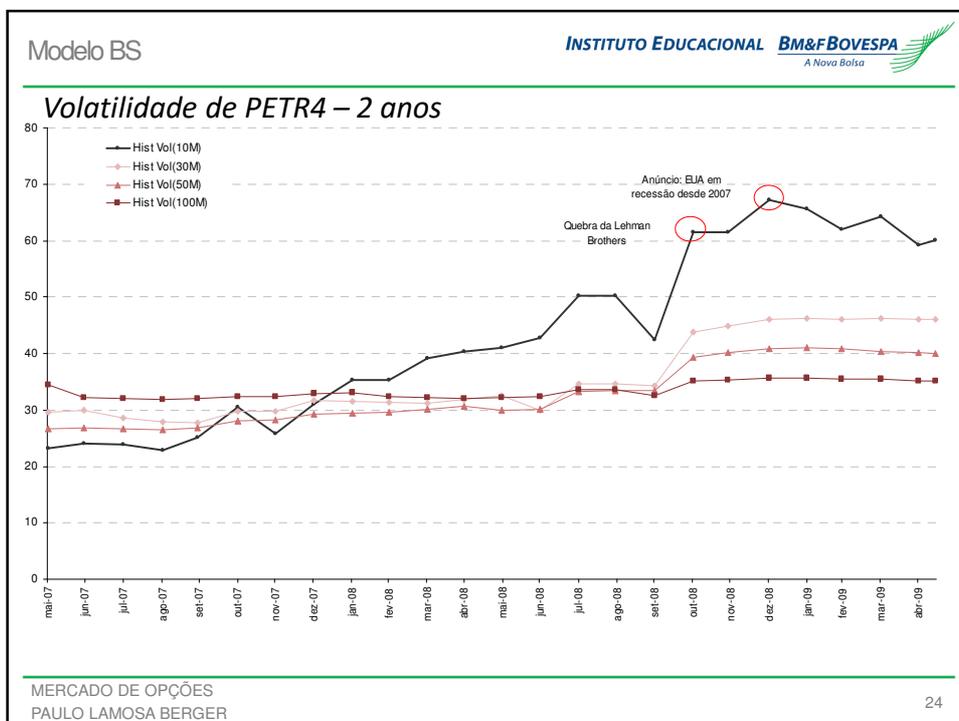
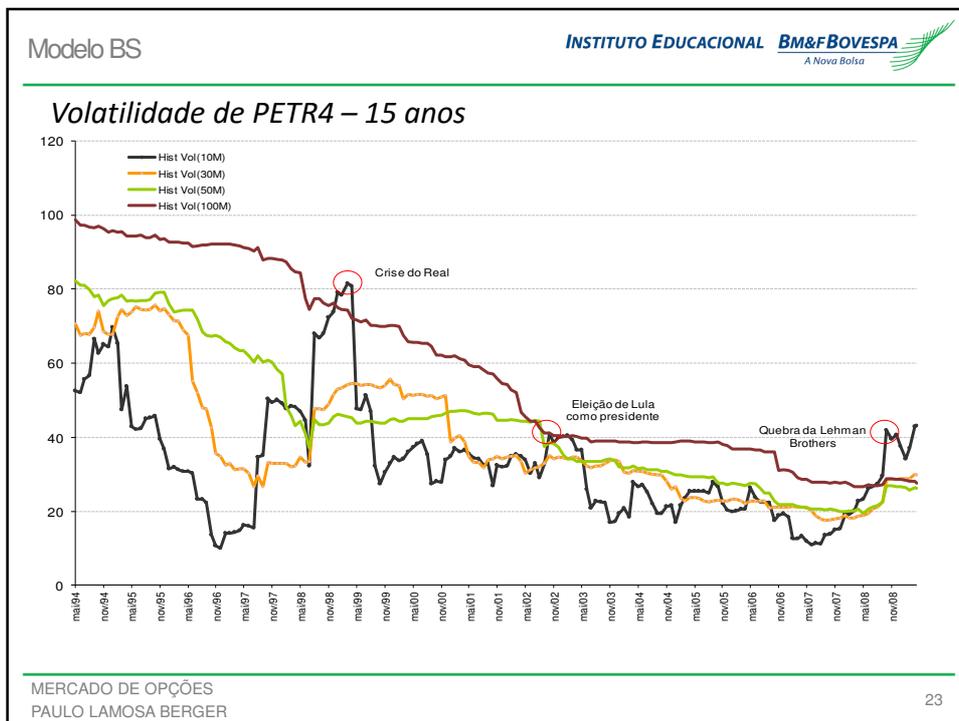
- Não deve ser muito grande para que os eventos mais recentes não tenham a sua importância reduzida.
- Não deve ser muito pequena, pois se corre o risco de se desprezar informações relevantes da série.

O período de cálculo de 21 dias úteis é usado pelo mercado como um prazo razoável e presume-se esperar esse tipo de comportamento do ativo para os próximos 21 períodos caso a volatilidade se mantenha nos mesmos níveis.

Anualizar a volatilidade é outra convenção que o mercado adota para interpretá-la, mas não significa que seu resultado refletirá o comportamento do ativo para os próximos 252 períodos.

Lembre-se que volatilidade histórica é uma medida do passado.





Volatilidade Histórica (VH) – em 29/03/2016

Ações	Cotação	1 ano	6 meses	3 meses	32 dias	1 mes	10 Dias
PETR4	8,44	64,87%	75,99%	88,34%	88,60%	94,85%	75,97%
VALE5	11,71	61,09%	69,07%	83,43%	88,05%	93,81%	69,11%
BBDC4	28,06	39,79%	46,18%	52,29%	61,11%	70,22%	69,04%
ITUB4	32,13	37,49%	43,49%	47,89%	51,91%	59,45%	59,33%
ELET3	6,72	51,37%	55,09%	58,49%	63,29%	66,77%	61,30%

Volatilidade Histórica (VH) – em 27/05/2016

Ações	Cotação	1 ano	6 meses	3 meses	32 dias	1 mes	10 Dias
PETR4	8,23	66,39%	75,95%	78,29%	61,48%	54,64%	41,45%
VALE5	11,39	64,17%	77,03%	83,08%	76,96%	57,04%	41,23%
BBDC4	24,07	41,20%	46,17%	52,59%	35,32%	35,64%	23,39%
ITUB4	29,71	39,34%	44,39%	48,39%	37,71%	38,32%	21,94%
ELET3	7,96	49,97%	55,47%	59,22%	54,63%	48,94%	62,13%

Cálculo da Volatilidade Histórica (VH)

É o desvio padrão da amostra da série do logaritmo dos retornos do ativo objeto

$$\sigma_{dia} = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{t=1}^n (\ln ret_t - \overline{\ln ret})^2}$$

Onde:

σ = volatilidade dia;

n = 21 dias úteis – tamanho da janela

ret = fator diário do retorno do ativo objeto

$$\sigma_{anual} = \sigma_{dia} * \sqrt{252}$$

Índice

INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa 

- Black-Scholes –premissas; volatilidade histórica
- Exercícios Bloco 1;
- Black-Scholes – modelo
- Exercícios Bloco 2;
- Volatilidade implícita;
- Exercícios Bloco 3.

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER

27

Índice

INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa 

- Black-Scholes –premissas; volatilidade histórica
- Exercícios Bloco 1;
- Black-Scholes – modelo
- Exercícios Bloco 2;
- Volatilidade implícita;
- Exercícios Bloco 3.

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER

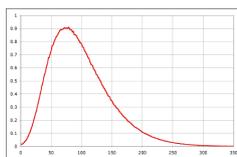
28

Premissas do Modelo

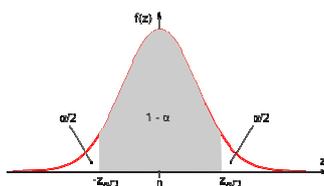
- O preço da ação segue um movimento browniano geométrico.
- Vendas a descoberto são permitidas.
- Não há custos de transações ou taxas.
- Não há pagamentos de dividendos durante a existência do derivativo.
- Transações podem ser realizadas continuamente.
- A taxa de juros básica é constante e a mesma para todos os prazos de maturação.
- Assumindo-se ausência de arbitragens obtemos o preço justo dos derivativos.

Premissas do Modelo

Preços da ação seguem uma distribuição lognormal



Logaritmo dos retornos seguem uma distribuição normal



Modelo BS INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa 

- Preço da *call* europeia

$$c_t = S_t N(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)}$$

Onde:
 c = prêmio da call europeia
 S = preço do ativo objeto
 K = preço de exercício
 T, t = tempo
 R = taxa de juros
 σ = volatilidade

- Para o preço da *put*, basta usar a paridade:

$$c_t + Ke^{-r(T-t)} = p_t + S_t$$

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER 31

Índice INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa 

- Black-Scholes –premissas; volatilidade histórica
- Exercícios Bloco 1;
- Black-Scholes – modelo
- Exercícios Bloco 2;
- Volatilidade implícita;
- Exercícios Bloco 3.

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER 32

INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa 

Índice

- Black-Scholes –premissas; volatilidade histórica
- Exercícios Bloco 1;
- Black-Scholes – modelo
- Exercícios Bloco 2;
- Volatilidade implícita;
- Exercícios Bloco 3.

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER 33

INSTITUTO EDUCACIONAL **BM&FBOVESPA**
A Nova Bolsa 

Modelo BS

Volatilidade implícita:

- Para um preço spot S_t , strike K , taxa de juros r e vencimento T , existe uma relação única entre volatilidade e preço de uma *call* europeia.
- Em particular, para qualquer preço c_t (positivo e menor que S_t), existe um único nível de volatilidade σ tal que:
 - $c_t = BS(S_t, K, r, T - t, \sigma)$
- Qualquer divergência entre preços de mercado e preços teóricos podem ser devido a hipóteses incorretas do modelo ou ineficiências de mercado.
- É a volatilidade utilizada em um modelo de apreçamento de opções, que faz com que o prêmio originado seja igual ao que está sendo negociado.

MERCADO DE OPÇÕES
PAULO LAMOSA BERGER 34

Volatilidade implícita:

- Se todo o mercado fosse homogêneo e praticasse o modelo de BS para precificar opções, as volatilidades implícitas observadas, para diferentes séries de opções sobre um mesmo ativo-objeto, deveriam ser iguais.
- Entretanto, observamos o mercado e nota-se que nesta situação, as volatilidades implícitas são diferentes. Isto ocorre devido a alguns fatores:
 - Diferentes instituições possuem diferentes estimativas de volatilidade e assim precificam opções de forma também diferentes;
 - Existem outros modelos de precificação (binomial, Simulação Monte carlo), com premissas diferentes;
 - Participantes de mercado que operam somente com métodos gráficos, podem contribuir para existência de preços diferentes;

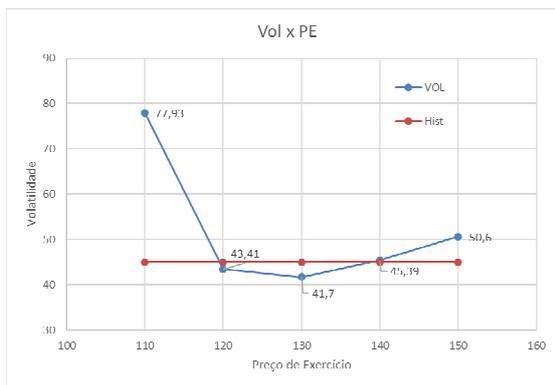
Volatilidade implícita:

- Alguns participantes de mercado também operam somente na intuição, não considerando qualquer modelo de precificação;
- Pequenos mercados sofrem com a participação de agentes manipuladores.
- Com isto as volatilidades implícitas não são constantes e se observa que as mesmas tendem a subir quando são consideradas séries com preço de exercício maiores ou menores do que as séries que está "at-the-money".
- Esta tendência é conhecida como "efeito-sorriso" (smile) das volatilidades implícitas.
- As volatilidades implícitas mais representativas são as das opções com menores volumes de negócio. As volatilidades médias podem ser calculadas, ponderando seus valores pelos volumes negociados de cada série.

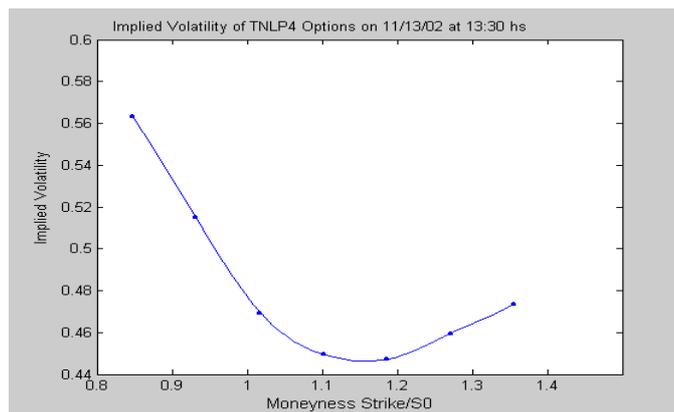
Exemplo:

Verificar as volatilidades implícitas da série abaixo, mostrando graficamente o efeito-sorriso, nesta oportunidade a volatilidade histórica foi calculada em 45%

CALL	PE	VOL
13,4	110	77,93
4,3	120	43,41
1,15	130	41,7
0,34	140	45,39
0,13	150	50,6



Volatilidade Implícita



Índice

- Black-Scholes –premissas; volatilidade histórica
- Exercícios Bloco 1;
- Black-Scholes – modelo
- Exercícios Bloco 2;
- Volatilidade implícita;
- Exercícios Bloco 3.