MATEMÁTICA FINANCEIRA – RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS

I. JUROS SIMPLES

1. Um capital de $80.000,00 é aplicado à taxa de 2,5% ao mês durante um trimestre. Determine o valor dos juros acumulados neste período.

$$J_n = i.C_0.n$$
$$J_n = 0{,}025 \times 80.000 \times 3$$
$$J_n = 6.000{,}00$$

2. Um negociante tomou um empréstimo pagando uma taxa de juros simples de 6% ao mês durante nove meses. Ao final deste período, calculou em $270.000,00 o total dos juros incorridos. Determinar o valor do empréstimo.

$$J_n = i.C_0.n$$
$$270.000 = 0{,}06 \times C_0 \times 9$$
$$C_0 = 500.000{,}00$$

3. Um capital de $40.000,00 foi aplicado num fundo de poupança por 11 meses, produzindo um rendimento financeiro de $9.680,00. Pede-se apurar a taxa de juros oferecida por esta operação.

$$J_n = i.C_0.n$$
$$9.680 = i \times 40.000 \times 11$$
$$i = 2{,}20\% a.m.$$

4. Uma aplicação de $250.000,00, rendendo uma taxa de juros de 1,8% ao mês produz, ao final de determinado período, juros no valor de $27.000,00. Calcular o prazo da aplicação.

$$J_n = i.C_0.n$$
$$27.000 = 0{,}018 \times 250.000 \times n$$
$$n = 6 meses.$$

5. Uma pessoa aplica $18.000,00 à taxa de 1,5% ao mês durante 8 meses. Determinar o valor acumulado ao final deste período.

$$C_n = C_0.(1 + i.n)$$
$$C_n = 18.000 \times (1 + 0{,}015 \times 8)$$
$$C_n = 20.160{,}00$$

6. Uma dívida de $900.000,00 irá vencer em 4 meses. O credor está oferecendo um desconto de 7% ao mês caso o devedor deseje antecipar o pagamento para hoje. Calcular o valor que o devedor pagaria caso antecipasse a liquidação da dívida.

$$C_n = C_0.(1+i.n)$$
$$900.000 = C_0 \times (1+0{,}07\times 4) \Rightarrow$$
$$C_n = 703.125{,}00$$

7. Calcular o montante de um capital de $600.000,00 aplicado à taxa de 2,3% ao mês pelo prazo de 1 ano e 5 meses.

$$C_n = C_0.(1+i.n)$$
$$C_n = 600.000\times(1+0{,}023\times 17)$$
$$C_n = 834.600{,}00$$

8. Uma dívida de $30.000,00 a vencer dentro de 1 ano é saldada 3 meses antes. Para a sua quitação antecipada, o credor concede um desconto de 15% ao ano. Apurar o valor da dívida a ser pago antecipadamente.

$$C_n = C_0.(1+i.n)$$
$$30.000 = C_0 \times \left(1+\frac{0{,}15}{12}\times 3\right) \Rightarrow$$
$$C_0 = 28.915{,}66$$

9. Uma pessoa aplicou em uma instituição financeira $18.000,00 resgatando $21.456,00 quatro meses depois. Calcular a taxa mensal de juros simples auferida nesta aplicação.

$$C_n = C_0.(1+i.n)$$
$$21.456 = 18.000\times(1+i\times 4)$$
$$i = 4{,}8\%\, a.m.$$

10. Se uma pessoa necessitar de $100.000,00 daqui a 10 meses, quanto deverá ela depositar hoje num fundo de poupança que remunera à taxa linear de 12% ao ano?

$$C_n = C_0.(1+i.n)$$
$$100.000 = C_0\times\left(1+\frac{0{,}12}{12}\times 10\right)$$
$$C_0 = 90.909{,}09$$

11. Um título com valor nominal de $7.200,00 vence em 120 dias. Para uma taxa de juros simples de 31,2% ao ano, pede-se calcular o valor deste título:

a) hoje;

A taxa mensal apropriada para se calcular o desconto é igual a:

$$i = \frac{0{,}312}{12} \times 100 \Rightarrow i = 2{,}6\% a.m.$$

Assim:

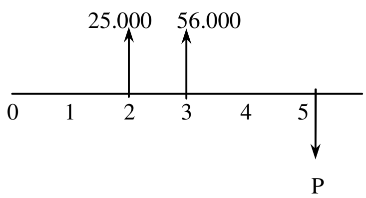
$$C_n = C_0.(1 + i.n)$$
$$7.200 = C_0 \times (1 + 0{,}026 \times 4)$$
$$C_0 = 6.521{,}74$$

b) cinco meses após o seu vencimento;

$$C_n = C_0.(1 + i.n)$$
$$C_n = 7.200 \times (1 + 0{,}026 \times 5)$$
$$C_0 = 8.136{,}00$$

12. Uma pessoa deve dois títulos no valor de $25.000,00 e $56.000,00 cada. O primeiro título vence de hoje a 2 meses, e o segundo um mês após. O devedor deseja propor a substituição destas duas obrigações por um único pagamento ao final do 5° mês. Considerando 3% ao mês a taxa corrente de juros simples, determinar o valor deste pagamento único, considerando como data focal o final do 5° mês.

$$P = 56.000 \times (1 + 0{,}03 \times 2) + 25.000 \times (1 + 0{,}03 \times 3)$$
$$P = 86.610{,}00$$



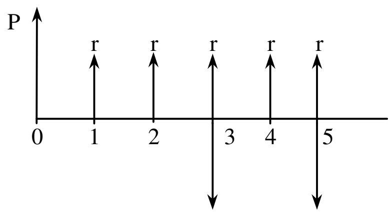
13. Uma pessoa tem os seguintes compromissos financeiros:

a) $35.000,00 vencíveis no fim de 3 meses;
b) $65.000,00 vencíveis no fim de 5 meses.

Para o resgate dessas dívidas, o devedor pretende utilizar suas reservas financeiras aplicando-as em uma conta de poupança que rende 66% ao ano de juros simples. Pede-se determinar o valor do capital que deve ser aplicado nesta poupança de forma que possam ser sacados os valores devidos em suas respectivas datas de vencimento sem deixar saldo final na conta, considerando como data focal o momento atual.

O valor total (P) a ser aplicado na data 0 (momento atual) deve ser o suficiente para permitir os saques dos rendimentos (r), além de quitar a dívida. Portanto:

$$P = \frac{35.000}{1 + \frac{0{,}66}{12} \times 3} + \frac{65.000}{1 + \frac{0{,}66}{12} \times 5}$$
$$P = 81.023{,}31$$



35.000 65.000

14. Uma dívida no valor de $48.000,00 vence daqui a 6 meses. O devedor pretende resgatar a dívida pagando 10% hoje, $14.000,00 daqui a dois meses, e o restante um mês após a data de vencimento. Sendo o momento deste último pagamento definido como a data focal da operação, e sabendo-se ainda que é de 34,8% ao ano a taxa linear de juros adotada nesta operação, determinar o montante do pagamento.

27.587,60

15. Uma dívida de $700.000,00 vence daqui a 1 ano e 8 meses à taxa simples de 6% ao mês. Decorridos 8 meses propõe o devedor pagar $300.000,00 de imediato, $200.000,00 5 meses após e o saldo 3 meses após. Se por ocasião da proposta a taxa de juros simples corrente no mercado é de 60% ao ano, pede-se indicar o valor do saldo, tomando-se como data focal o final do 8° mês.

48.000

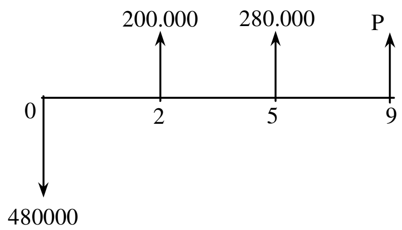
$$300.000+\frac{200.000}{1+5\times\frac{0,60}{12}}+\frac{S}{1+8\times\frac{0,60}{12}}=\frac{700.000\times(1+0,06\times 20)}{1+12\times\frac{0,60}{12}}$$

$$S=703.500,00$$

16. Uma pessoa, ao comprar um apartamento cujo preço à vista é de $600.000,00 deu 20% de sinal concordando em pagar 8% ao mês de juros simples sobre o saldo devedor. Se o comprador pagar $200.000,00 2 meses após a compra e $280.000,00 3 meses mais tarde, que pagamento teria que efetuar no fim de 9 meses contados da data da compra, considerando como data de comparação o momento atual?

$$480.000=\frac{200.000}{1+2\times 0,08}+\frac{280.000}{1+5\times 0,08}+\frac{P}{1+9\times 0,08}$$

$$P=185.048,28$$



17. Um capital ficou depositado durante 15 meses e 10 dias à taxa linear de 30% ao ano. A soma desse capital e dos juros correspondentes, no fim desse período, foi reaplicada à taxa simples de 28% ao ano durante 8 meses e 20 dias. No final, o total resgatado foi de $120.000,00. Qual o valor da aplicação inicial?

$$C_0\times\left[1+0,30\times\frac{460}{360}\right]\times\left[1+0,28\times\frac{260}{360}\right]=120.000$$

$$C_0=72.155,54$$

18. Um negociante tem as seguintes obrigações de pagamento com um banco:

a) $ 20.000,00 vencíveis em 35 dias;
b) $ 45.000,00 vencíveis em 65 dias;
c) $ 70.000,00 vencíveis em 90 dias;

Com problemas de caixa nestas datas deseja substituir este fluxo de pagamentos pelo seguinte esquema:

a) $ 30.000,00 em 55 dias;
b) $ 50.000,00 em 80 dias;
c) e o restante em 160 dias.

Sendo de 2,5% ao mês a taxa de juros simples adotada pelo banco nestas operações, pede-se calcular o valor do pagamento remanescente adotando como data focal o momento atual.

$$\frac{20.000}{1+0,025\times\frac{35}{30}}+\frac{45.000}{1+0,025\times\frac{65}{30}}+\frac{70.000}{1+0,025\times\frac{90}{30}}=\frac{30.000}{1+0,025\times\frac{55}{30}}+\frac{50.000}{1+0,025\times\frac{80}{30}}+\frac{R}{1+0,025\times\frac{160}{30}}$$

$$R=58.567,23$$

II. JUROS COMPOSTOS

19. Calcular o montante de uma aplicação financeira de $80.000,00 admitindo-se os seguintes prazos e taxas:

a) i = 5,5% a.m. e n = 2 anos

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n$$
$$C_n = 80.000 \times (1+0,055)^{24}$$
$$C_n = 289.167,19$$

b) i = 9% a.b. e n = 1 ano e 8 meses

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n$$
$$C_n = 80.000 \times (1+0,09)^{10}$$
$$C_n = 189.389,09$$

c) i = 12% a.a. e n = 108 meses

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n$$
$$C_n = 80.000 \times (1+0,12)^{9}$$
$$C_n = 221.846,30$$

20. Determinar o juro de uma aplicação de $100.000,00 nas seguintes condições de taxa e prazo:

a) i = 1,5% a.m. e n = 1 ano

$$J_n = C_0 \times \left[(1+i)^n - 1\right]$$
$$J_n = 100.000 \times \left[(1+0{,}015)^{12} - 1\right]$$
$$J_n = 19.561{,}82$$

b) i = 3,5% a.t. e n = 2 anos e 6 meses

$$J_n = C_0 \times \left[(1+i)^n - 1\right]$$
$$J_n = 100.000 \times \left[(1+0{,}035)^{10} - 1\right]$$
$$J_n = 41.059{,}88$$

c) i = 5% a.s. e n = 3 anos

$$J_n = C_0 \times \left[(1+i)^n - 1\right]$$
$$J_n = 100.000 \times \left[(1+0{,}05)^{6} - 1\right]$$
$$J_n = 34.009{,}56$$

d) i = 4,2% a.q. e n = 84 meses

$$J_n = C_0 \times \left[(1+i)^n - 1\right]$$
$$J_n = 100.000 \times \left[(1+0{,}042)^{21} - 1\right]$$
$$J_n = 137.258{,}67$$

21. Calcular a taxa mensal de juros de uma aplicação de \$6.600,00 que produz um montante de \$7.385,81 ao final de 7 meses.

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n$$
$$7.385{,}81 = 6.600 \times (1+i)^7$$
$$i = 1{,}62\% a.m.$$

22. Uma aplicação de \$78.000,00 gerou um montante de \$110.211,96 numa certa data. Sendo de 2,5% ao mês a taxa de juros considerada, calcular o prazo da aplicação.

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n$$
$$110.211{,}96 = 78.000 \times (1+0{,}025)^n$$
$$\frac{110.211{,}96}{78.000} = 1{,}025^n \Rightarrow \ln\left(\frac{110.211{,}96}{78.000}\right) = n \times \ln(1{,}025) \Rightarrow n = 14 meses$$

23. Admita que um banco esteja pagando 16,5% a.a. de juros na colocação de um título de sua emissão. Apurar a taxa efetiva equivalente para os seguintes prazos:

a) 1 mês;

$$i = \sqrt[12]{1+0{,}165} \Rightarrow i = 1{,}28\%\ a.m.$$

b) 9 meses;

$$i = \left(\sqrt[12]{1+0{,}165}\right)^{9} \Rightarrow i = 12{,}14\%\ \ para\ 9\ meses.$$

c) 37 dias;

$$i = \left(\sqrt[12]{1+0{,}165}\right)^{\frac{37}{30}} \Rightarrow i = 1{,}58\%\ \ para\ 37\ dias.$$

d) 100 dias.

$$i = \left(\sqrt[12]{1+0{,}165}\right)^{\frac{100}{30}} \Rightarrow i = 4{,}33\%\ \ para\ 100\ dias.$$

24. Com relação à formação das taxas de juros, pede-se:

a) em 77 dias uma aplicação rendeu 9,4% de juros. Apurar as taxas mensal e anual equivalentes;

3,56%am e 52,20%aa

b) um banco cobra atualmente 17,3% a.a. de juros. Para uma operação de 148 dias, determinar a taxa efetiva equivalente que será cobrada;

6,78%

c) uma empresa está cobrando juros de 4% para vendas a prazo de 32 dias corridos. Determinar a taxa efetiva mensal e anual da venda a prazo;

3,75%am e 55,46%aa

d) determinar a taxa equivalente para 44 dias de 83,7% ao ano.

7,72%

25. Um financiamento está sendo negociado a uma taxa nominal de 60% ao ano. Determinar o custo efetivo anual desta operação, admitindo que os juros sejam capitalizados:

a) mensalmente;

$$i = \left(1+\frac{0{,}60}{12}\right)^{12} = 79{,}59\%a.a.$$

b) trimestralmente;

$$i = \left(1+\frac{0{,}60}{4}\right)^{4} = 74{,}90\%a.a.$$

c) semestralmente.

$$i = \left(1 + \frac{0,60}{2}\right)^2 = 69\% a.a.$$

26. Um financiamento está sendo negociado a uma taxa nominal de 30% ao ano. Determinar o custo efetivo anual desta operação, considerando:

a) capitalização mensal;

$$i = \left(1 + \frac{0,30}{12}\right)^{12} = 34,49\% a.a.$$

b) capitalização trimestral;

$$i = \left(1 + \frac{0,30}{4}\right)^4 = 33,55\% a.a.$$

c) capitalização contínua.

$$i = 1 + \varepsilon^{r.t}$$
$$i = 1 + \varepsilon^{0,30 \times 1}$$
$$i = 34,99\% a.a$$

27. Uma empresa contrata um empréstimo de $48.000,00 e prazo de vencimento de 30 meses. Sendo a taxa de juro anual de 22,5% pede-se calcular o montante a pagar utilizando as convenções linear e exponencial.

Convenção Exponencial:

$$C_n = C_0 \times (1+i)^{n + m/k}$$
$$C_n = 48.000 \times (1 + 0,225)^{2 + 6/12}$$
$$C_n = 79.722,60$$

Convenção Linear:

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n \times (1 + i \times \frac{m}{k})$$
$$C_n = 48.000 \times (1 + 0,225)^2 \times \left(1 + 0,225 \times \frac{6}{12}\right)$$
$$C_n = 80.133,38$$

28. Uma pessoa aplicou um capital pelo prazo de 250 dias à taxa nominal de 30% ao ano. Determinar o valor do principal sabendo-se que o montante produzido ao final do período foi de $ 500.000,00, nos seguintes regimes de capitalização:

a) capitalização mensal e convenção linear;

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n \times (1 + i \times \frac{m}{k})$$

$$500.000 = C_0 \times (1+\frac{0,30}{12})^8 \times \left(1+\frac{0,30}{12} \times \frac{10}{30}\right)$$

$$C_0 = 406.981,77$$

b) capitalização mensal e convenção exponencial.

$$C_n = C_0 \times (1+i)^{n+m/k}$$

$$500.000 = C_0 \times (1+\frac{0,30}{12})^{8+10/30}$$

$$C_0 = 407.009,42$$

29. Uma empresa tem o seguinte conjunto de dívidas com um banco:

a) $42.000,00 vencível de hoje a 3 meses;
b) $54.000,00 vencível de hoje a 6 meses;
c) $78.000,00 vencível de hoje a 8 meses.

Toda a dívida poderia ser quitada em um único pagamento de $177.519,58. Para uma taxa de juro nominal de 27,84% ao ano capitalizada mensalmente, determinar em que momento deveria ser efetuado esse pagamento para que seja equivalente com o conjunto atual da dívida.

7 meses

30. Uma pessoa deve a outra a importância de $15.400,00. Para a liquidação da dívida, propõe os seguintes pagamentos: $4.000,00 ao final de 2 meses; $2.500,00 ao final de 5 meses; $3.200,00 ao final de 7 meses e o restante em um ano. Sendo de 2,5% ao mês a taxa efetiva de juros cobrada no empréstimo, pede-se calcular o valor do último pagamento.

$$\frac{4.000}{(1+0,025)^2} + \frac{2.500}{(1+0,025)^5} + \frac{3.200}{(1+0,025)^7} + \frac{R}{(1+0,025)^{12}} = 15.400$$

$$R = 8.998,73$$

31. Determinada mercadoria foi adquirida em 4 pagamentos bimestrais de $1.480,00 cada um. Alternativamente, esta mesma mercadoria poderia ser adquirida pagando-se 20% de seu valor como entrada e o restante ao final de 1 semestre. Sendo de 30,96%a.a. a taxa nominal de juros com capitalização mensal a ser considerada nesta operação, pede-se determinar o valor da prestação vencível ao final de 1 semestre.

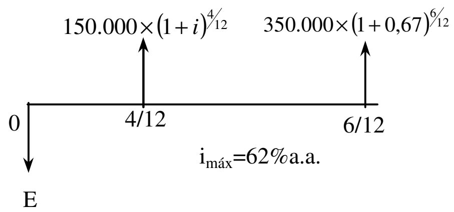
Cálculo do valor presente da 1ª opção:

$$PV = \frac{1.480}{\left(1+\frac{0,3096}{12}\right)^2} + \frac{1.480}{\left(1+\frac{0,3096}{12}\right)^4} + \frac{1.480}{\left(1+\frac{0,3096}{12}\right)^6} + \frac{1.480}{\left(1+\frac{0,3096}{12}\right)^6} = 5.220,50$$

Fazendo-se a equivalência financeira com a segunda forma de pagamento:

$$PV = 5.220,50 = 0,20 \times 5220,50 + \frac{P}{\left(1 + \frac{0,3096}{12}\right)^6} \Rightarrow P = 4.886,07$$

32. Uma empresa necessita de um financiamento de $500.000,00 a uma taxa de juros que não exceda a 62% a.a. Sabendo-se que ela já conseguiu $350.000,00 para resgatar no fim de 6 meses com juros de 67% a.a., a que taxa deve tomar o empréstimo de $150.000,00 para resgatá-lo com juros no final de 4 meses sem prejuízo?



$$E = 500.000 = \frac{150.000 \times (1+i)^{4/12}}{(1+0,62)^{4/12}} + \frac{350.000 \times (1+0,67)^{6/12}}{(1+0,62)^{6/12}} \Rightarrow i = 45,25\% a.a.$$

33. Um débito de $350.000,00 contraído há 60 dias está sendo amortizado com um pagamento de $45.000,00 hoje, $130.000,00 de hoje a 3 meses e $85.000,00 de hoje a 8 meses. Que pagamento no fim de 5 meses, contados de hoje, ainda é necessário ser feito para uma taxa de juros composta de 2% a.m.?

$$350.000 \times (1+0,02)^2 = 45.000 + \frac{130.000}{(1+0,02)^3} + \frac{P}{(1+0,02)^5} + \frac{85.000}{(1+0,02)^8} \Rightarrow P = 137.006,95$$

34. Um investidor aplicou $500.000,00 pelo prazo de 12 meses à taxa de 84% a.a. composta trimestralmente. Necessitando de dinheiro 3 meses antes do vencimento, resgata sua aplicação. Quanto apurou se na ocasião do resgate a taxa corrente era de 72% a.a. composta bimestralmente?

$$R = 500.000 \times \frac{\left(1 + \frac{0,84}{4}\right)^4}{\left(1 + \frac{0,72}{6}\right)^{3/2}} \Rightarrow R = 904.241,53$$

35. Determinar o valor de resgate de uma aplicação de $260.000,00 pelo prazo de 190 dias, e uma taxa composta de 5,5% a.m., pelas convenções linear e exponencial.

Convenção Exponencial:

$$C_n = C_0 \times (1+i)^{n+m/k}$$

$$C_n = 260.000 \times (1+0{,}055)^{6+10/30}$$

$$C_n = 364.954{,}67$$

Convenção Linear:

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n \times (1+i \times \frac{m}{k})$$

$$C_n = 260.000 \times (1+0{,}055)^6 \times \left(1+0{,}055 \times \frac{10}{30}\right)$$

$$C_n = 365.071{,}61$$

36. Determinar o valor da aplicação de uma operação cujo resgate é de $300.000,00, sabendo-se que o prazo é de 200 dias e a taxa composta é de 6% a.m., pelas convenções linear e exponencial.

Convenção Exponencial:

$$C_n = C_0 \times (1+i)^{n+m/k}$$

$$300.000 = C_0 \times (1+0{,}06)^{6+20/30}$$

$$C_0 = 203.430{,}23$$

Convenção Linear:

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n \times (1+i \times \frac{m}{k})$$

$$300.000 = C_0 \times (1+0{,}06)^6 \times \left(1+0{,}06 \times \frac{20}{30}\right)$$

$$C_0 = 203.354{,}00$$

III. FLUXOS DE CAIXA – ANUIDADES E PERPETUIDADES

37. Determinar o valor presente de cada fluxo de caixa identificado a seguir. Admita uma taxa de juros de 3,5% ao mês.

a) 40 prestações mensais, iguais e sucessivas de $1.850,00 cada, vencendo a primeira ao final do 1° mês;

$$PV = PMT \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]$$

$$PV = 1.850 \times \left[\frac{(1+0{,}035)^{40} - 1}{0{,}035 \times (1+0{,}035)^{40}}\right]$$

$$PV = 39.506{,}88$$

b) 36 prestações mensais, iguais e sucessivas de $900,00 cada, vencendo a primeira ao final do 3° mês.

$$PV' = PMT \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n} \right]$$

$$PV' = 900 \times \left[\frac{(1+0{,}035)^{36} - 1}{0{,}035 \times (1+0{,}035)^{36}} \right]$$

$PV' = 18.261{,}44$ (Mas este é o valor em t = 2 meses. Descapitalizando por 2 meses...)

$$PV = \frac{PV'}{(1+0{,}035)^2} = \frac{18.261{,}44}{(1+0{,}035)^2} \Rightarrow PV = 17.047{,}25$$

38. Determinar o valor presente de cada fluxo de caixa identificado a seguir. Admita uma taxa de juros de 2% ao mês.

a) 12 prestações trimestrais, iguais e sucessivas de $2.400,00 cada, vencendo a primeira hoje;

$$PV = PMT \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n} \right]$$

A taxa trimestral equivalente é igual a $i_{trim} = (1 + i_{mensal})^3 = (1+0{,}02)^3$. *Logo:*

$$PV' = PMT \times \left[\frac{(1+i_{trim})^n - 1}{i_{trim} \times (1+i_{trim})^n} \right]$$

$$PV' = 2.400 \times \left[\frac{\left(1 + \left[(1+0{,}02)^3 - 1\right]\right)^{11} - 1}{\left[(1+0{,}02)^3 - 1\right] \times \left(1 + \left[(1+0{,}02)^3 - 1\right]\right)^{11}} \right]$$

$PV' = 18.812{,}10$ (Mas este é o valor presente de 11 prestações trimestrais, a primeira vencendo ao final de 3 meses. Logo...)

$$PV = PV' + 2.400 \Rightarrow PV = 18.812{,}10 + 2.400 \Rightarrow PV = 21.212{,}10$$

b) 5 prestações bimestrais e sucessivas de, respectivamente, $4.200,00; $5.300,00; $7.700,00; $8.400,00 e $10.000,00.

$$PV = \frac{4.200}{(1+0{,}02)^2} + \frac{5.300}{(1+0{,}02)^4} + \frac{7.700}{(1+0{,}02)^6} + \frac{8.400}{(1+0{,}02)^8} + \frac{10.000}{(1+0{,}02)^{10}} = 31.143{,}47$$

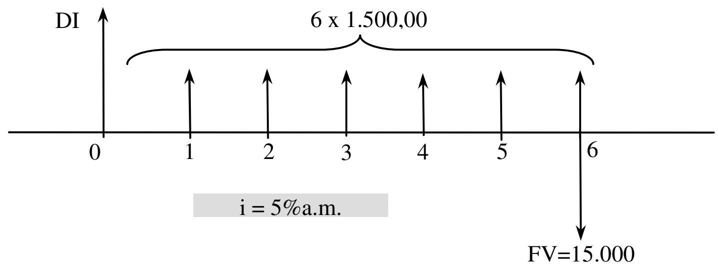
39. Sejam os seguintes pagamentos:

a) 10 prestações mensais de $800,00 cada, vencendo a primeira de hoje a um mês;

b) 06 prestações trimestrais de $2.400,00 cada, vencendo a primeira 3 meses após o término da seqüência de pagamentos acima.
Para uma taxa de juros de 4,2% a.m., determinar o valor presente (data zero) e o valor futuro (final do 19° mês) deste fluxo de pagamentos.

Pv =9.557,73 e fv = 27.879,77

40. Uma pessoa deseja acumular $15.000,00 ao final de um semestre. Para tanto, deposita mensalmente num fundo a importância de $1.500,00, sendo corrigida à taxa de 5% a.m. Qual deve ser o valor do depósito inicial de forma que possa obter o montante desejado ao final do período?



$$FV = 15.000 = 1.500 \times \frac{(1+0{,}05)^6 - 1}{0{,}05} + DI \times (1+0{,}05)^6$$

$$DI = 3.579{,}69$$

41. Um veículo é vendido à vista por $30.000,00, ou a prazo com $5.000,00 de entrada e 6 prestações mensais de $4.772,15 cada. Determinar a taxa interna de retorno mensal.

Usando a HP 12-C:

f REG
25000 CHS g CF_0
4772,15 g CF_j 6 g N_j
f IRR ← *i = 4,2% a.m.*

42. Um sítio é vendido nas seguintes condições:

a) entrada de $20.000,00;
b) 20 prestações mensais de $1.200,00 cada, vencendo a primeira daqui a 30 dias;
c) 06 prestações semestrais de $8.500,00 cada, vencíveis a partir do final do 3° mês.
Sendo de 2,7% a.m. a taxa de juros, determinar até que preço é interessante adquirir este sítio à vista.

PV = 20.000 + PV das 20 prest. mensais de 1.200,00 + PV das 6 prest. semestrais de 8.500,00

Usando a HP 12-C para calcular o PV das 20 prest. mensais de 1.200,00:

f REG
2,7 i
20 n
1200 CHS PMT
PV ← *PV = 18.358,38*

Usando a HP 12-C para calcular o PV das 6 prest. semestrais de 8.500,00:

f REG
1,027 ENTER
6 Y^x 1 – 100 x i
6 n
8500 CHS PMT
PV

Procedimentos para calcular a taxa de juros semestral equivalente

PV = 30.244,67

Mas perceba que este PV foi calculado para t = -3 e o que se deseja é o PV em t = 0. Logo:

$$PV = 30.244{,}67 \times (1 + 0{,}027)^3 = 32.761{,}22$$

Assim, o máximo valor à vista que se deve pagar por este sítio é igual a:

PV = 20.000 + PV das 20 prest. mensais de 1.200,00 + PV das 6 prest. semestrais de 8.500,00
PV = 20.000 + 18.358,38 + 32.761,22
PV = 71.119,60

43. Quanto acumularia um investidor no fim de dois anos se fizesse a partir de hoje 24 depósitos mensais de $20.000,00 em uma instituição financeira que paga juros à taxa composta de 3,5% ao mês?

Usando a HP 12-C:
f REG g BEG
24 n
3,5 i
20000 CHS PMT
FV

758.997,13

44. Quanto um investidor deve depositar mensalmente, durante 60 meses, a partir de hoje para dispor de $1.000.000,00 no fim de 5 anos se os depósitos são remunerados à taxa de 2% a.m.?

Usando a HP 12-C:

f REG g BEG
61 n
2 i
1.000.000 ENTER 1,02 x CHS FV
PMT

8.522,78

45. Uma empresa apresenta o seguinte fluxo de desembolso de um financiamento de $75.000,00:

Valor a Pagar	Momento do Pagamento
$10.700,00	22 dias
$17.200,00	47 dias
$14.500,00	66 dias
X	83 dias
$9.800,00	102 dias
$13.300,00	137 dias

Para uma taxa de juros efetiva de 30% a.a., determinar o montante do pagamento previsto para daqui a 83 dias, considerando o ano comercial.

$$75.000=\frac{10.700}{(1+0,30)^{22/360}}+\frac{17.200}{(1+0,30)^{47/360}}+\frac{14.500}{(1+0,30)^{66/360}}+\frac{X}{(1+0,30)^{83/360}}+\frac{9.800}{(1+0,30)^{102/360}}+\frac{13.300}{(1+0,30)^{137/360}}$$

$$X=13.700,34$$

46. Um financiamento no valor de $50.000,00 está sendo negociado a uma taxa de juros de 3,5% ao mês. Determine o valor de cada prestação admitindo os seguintes planos de pagamento:

a) 15 prestações mensais, com 3 meses de carência;

f REG g END
15 n
3,5 i
1,035 ENTER 3 y^x 50.000 x PV
PMT $\longleftarrow$ $\boxed{4.813,23}$

b) 4 prestações iguais, vencíveis, respectivamente, ao final do primeiro, quarto, sétimo e décimo mês.

$$50.000=P\times\left(\frac{1}{(1+0,35)}+\frac{1}{(1+0,35)^4}+\frac{1}{(1+0,35)^7}+\frac{1}{(1+0,35)^{10}}\right)$$

$$P=15.003,59$$

47. Uma empresa tem atualmente as seguintes dívidas junto a um banco: $15.000,00, $20.000,00, $23.000,00, $32.000,00 e $40.000,00 vencíveis sucessivamente ao final dos próximos 5 trimestres. Esta dívida foi contraída pagando uma taxa de juro nominal de 20% ao ano. A empresa está negociando o refinanciamento desta dívida em 10 prestações quadrimestrais, iguais e sucessivas, vencendo a primeira ao final de 4 meses. O banco está exigindo uma taxa de juro nominal de 24% ao ano para aceitar o negócio. Determine o valor de cada pagamento quadrimestral.

$$PV=\frac{15.000}{(1+0,05)}+\frac{20.000}{(1+0,05)^2}+\frac{23.000}{(1+0,05)^3}+\frac{32.000}{(1+0,05)^4}+\frac{40.000}{(1+0,05)^5}$$

$$PV=109.962,09$$

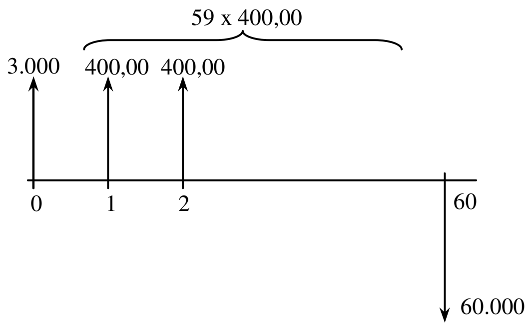
Usando a HP 12-C:

f REG g END
109.962,09 PV
10 n
8 i
PMT $\longleftarrow$ $\boxed{16.387,59}$

48. Uma empresa captou um financiamento de $100.000,00 para ser liquidado em 30 prestações mensais, iguais e sucessivas. Após o pagamento da 16ª prestação, passando por dificuldades financeiras, solicitou ao banco que refinanciasse o seu saldo devedor para 20 prestações mensais, iguais e sucessivas. O empréstimo foi levantado com juros de 3% a.m. e o refinanciamento foi processado cobrando juros de 4,5% a.m. Determinar o valor de cada prestação do refinanciamento.

4.430,51

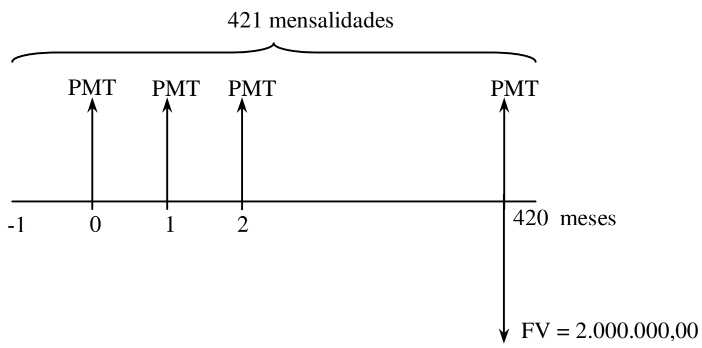
49. Uma pessoa irá necessitar de um montante de $60.000,00 daqui a 5 anos. Ela deposita hoje $3.000,00 e planeja fazer depósitos mensais no valor de $400,00 numa conta de poupança. Que taxa de juros deve esta conta pagar mensalmente para que o poupador receba o montante desejado ao final dos 5 anos?



Usando a HP 12-C:

F REG
3.000 g Cf0
400 g Cfj 59 g Nj
59.600 CHS g Cfj
f IRR ◁—— $\boxed{\text{2,20\% a.m.}}$

50. Quanto uma pessoa deve depositar mensalmente num Fundo de Pensão a partir de hoje, durante 35 anos, a fim de obter uma renda perpétua de $10.000,00 mensais, sendo o primeiro rendimento resgatável no final do 1° mês do 36° ano quando inicia-se o período de aposentadoria, para uma taxa nominal de 6% ao ano com capitalização mensal.



$FV = \frac{10.000}{i} = \frac{10.000}{0{,}06/12} = 2.000.000{,}00$ (Valor presente da perpetuidade de 10.000,00 à taxa de 6%aa com capitalização mensal)

Usando a HP-12C:

f REG g END
421 n
2.000.000 FV
6 ENTER 12 ÷ i
PMT $\boxed{1.395,84}$

51. Determinar o valor de 10 pagamentos semestrais que à taxa de 5% a.m. liquidariam uma dívida de $6.000.000,00, nas seguintes condições:

a) o primeiro pagamento é feito hoje;

f REG g BEG
10 n
6.000.000 CHS PV
1,05 ENTER 12 y^x 1 – 100 x i
PMT $\boxed{1.608.837,58}$

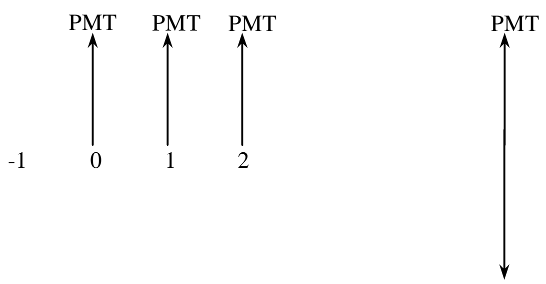
b) o primeiro pagamento é feito no fim de 6 meses;

f REG g END
10 n
6.000.000 CHS PV
1,05 ENTER 6 y^x 1 – 100 x i
PMT $\boxed{2.155.996,23}$

c) o primeiro pagamento é feito no fim de 3 meses.

f REG g END
10 n
6.000.000 ENTER 1,05 ENTER 3 CHS y^x x CHS PV
1,05 ENTER 6 y^x 1 – 100 x i
PMT $\boxed{1.862.430,61}$

52. Um investidor deseja acumular $10.000.000,00 por meio de depósitos mensais a partir de hoje no valor de $100.000,00. Se os depósitos rendem à taxa de 4%a.m., pede-se indicar o número de depósitos e o valor de um último depósito mensal, se houver, maior do que o valor dos depósitos anteriores.



N meses

FV = 10.000.000,00

Usando a HP-12C:

f REG
10.000.000 FV
4 i
100.000 CHS PMT
n $\longleftarrow \boxed{41}$

Fazendo o caminho inverso:

f REG
41 n
4 i
100.000 CHS PMT
FV $\longleftarrow \boxed{10.381.959,78}$
40 n
FV $\longleftarrow \boxed{9.882.653,63}$ (A solução é, então, efetuar 40 depósitos de R$100.000,00 e um de pósito de R$117.346,37)

53. Um imóvel é vendido por $250.000,00 à vista. A construtora oferece um alongamento do pagamento da seguinte forma:

⇒ entrada de 5%;
⇒ prestações intermediárias de $20.000,00 com vencimento de hoje a 3 meses, $30.000,00 de hoje a 7 meses e $40.000,00 de hoje a 12 meses;
⇒ 12 prestações mensais, iguais e sucessivas, vencíveis de hoje a um mês.

Para uma taxa de juros de 3,5% a.m., determinar o valor de cada prestação mensal.

17.531,22

54. Uma loja apresenta duas propostas de venda de um produto eletrônico;

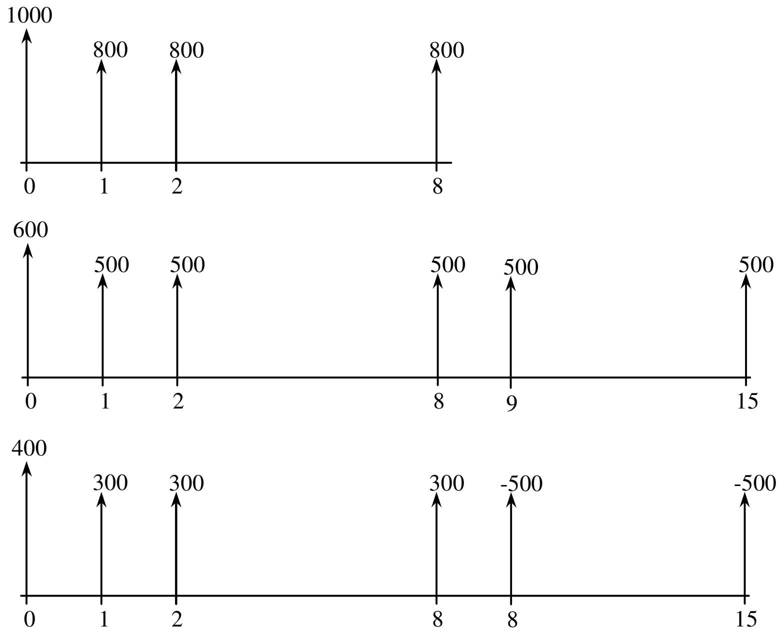
a) entrada de $1.000,00 mais 8 prestações mensais de $800,00 cada;
b) entrada de $600,00 mais 15 prestações mensais de $500,00 cada.

Determine a taxa corrente de juros para que ambas propostas sejam indiferentes.

Uma solução possível seria utilizar uma calculadora científica que disponha de um "solver" de equações e resolver a seguinte equação para a variável "i":

$$1.000 + 800 \times \left[\frac{(1+i)^8 - 1}{i \times (1+i)^8}\right] = 600 + 500 \times \left[\frac{(1+i)^{15} - 1}{i \times (1+i)^{15}}\right]$$

Alternativamente, como a diferença entre os dois fluxos de caixa gera um terceiro fluxo cujo valor presente líquido é nulo...



Usando a HP –12C:

f REG
400 g Cf_o
300 g CF_j 8 g N_j
500 CHS g CF_j 7 g N_j
f IRR $\boxed{2{,}76\%\ a.m.}$

55. Determinar a taxa interna de retorno referente a um empréstimo de $ 126.900,00 a ser liquidado em quatro pagamentos mensais e consecutivos de $ 25.000,00, $ 38.000,00, $45.000,00 e $ 27.000,00.

Usando a HP –12C:

f REG
126.900 CHS g Cf_o
25.000 g CF_j
38.000 g CF_j
45.000 g CF_j
27.000 g CF_j
f IRR $\boxed{2{,}47\%\ a.m.}$

IV. DESCONTOS

56. Calcular o valor descontado racional nas seguintes condições:

Valor Nominal: $20.000,00
Prazo de Desconto: 4 meses

Taxa de Desconto: 40% a.a.

$$A = \frac{N}{1+d\times n} \Rightarrow A = \frac{20.000}{1+\left(0{,}40\middle/12\right)\times 4} \Rightarrow A = \$17.647{,}06.$$

Valor Nominal: $48.000,00
Prazo de Desconto: 5 meses
Taxa de Desconto: 72% a.a.

$$A = \frac{N}{1+d\times n} \Rightarrow A = \frac{48.000}{1+\left(0{,}72\middle/12\right)\times 5} \Rightarrow A = \$36.923{,}08.$$

Valor Nominal: $35.000,00
Prazo de Desconto: 3 meses
Taxa de Desconto: 36% a.a.

$$A = \frac{N}{1+d\times n} \Rightarrow A = \frac{35.000}{1+\left(0{,}36\middle/12\right)\times 3} \Rightarrow A = \$32.110{,}09.$$

57. Calcular o desconto "por fora" nas seguintes condições:

Valor Nominal: $64.000,00
Prazo de Desconto: 140 dias
Taxa de Desconto: 32,7% a.a.

$$D = N\times d\times n \Rightarrow D = 64.000\times 0{,}327\times\frac{140}{360} \Rightarrow D = \$8.138{,}67.$$

Valor Nominal: $85.000,00
Prazo de Desconto: 20 dias
Taxa de Desconto: 35% a.a.

$$D = N\times d\times n \Rightarrow D = 85.000\times 0{,}35\times\frac{20}{360} \Rightarrow D = \$1.652{,}78.$$

Valor Nominal: $120.000,00
Prazo de Desconto: 80 dias
Taxa de Desconto: 45% a.a.

$$D = N\times d\times n \Rightarrow D = 120.000\times 0{,}45\times\frac{80}{360} \Rightarrow D = \$12.000{,}00.$$

58. Um título de valor nominal de $37.000,00 é descontado comercialmente 5 meses antes de ser pago. A taxa de desconto é de 3,5 % a.m. Calcular o valor liberado, o valor do desconto e a taxa efetiva de juros mensal da operação.

$$D = N \times d \times n \Rightarrow D = 37.000 \times 0{,}035 \times 5 \Rightarrow D = \$6.475{,}00.$$
$$A = N - D \Rightarrow A = \$30.525{,}00.$$
$$i_{ef} = \left[\left(\frac{37.000}{30525} \right)^{1/5} - 1 \right] \times 100\% \Rightarrow i_{ef} = 3{,}92\% a.m.$$

59. Sendo de 5% a.m. a taxa de desconto comercial, pede-se calcular a taxa efetiva de juros mensal desta operação para os seguintes prazos de desconto:

a) 1 mês:

$$i = \left[\frac{d}{1-d} \right] \times 100\% \Rightarrow i = \left[\frac{0{,}05}{1-0{,}05} \right] \times 100\% \Rightarrow i = 5{,}26\% a.m.$$

b) 2 meses:

$$i = \left[\left(\sqrt[2]{1 + \left[\frac{d}{1-d} \right]} \right) - 1 \right] \times 100\% \Rightarrow i = \left[\left(\sqrt[2]{1 + \left[\frac{0{,}10}{1-0{,}10} \right]} \right) - 1 \right] \times 100\% \Rightarrow i = 5{,}41\% a.m.$$

c) 3 meses:

$$i = \left[\left(\sqrt[3]{1 + \left[\frac{d}{1-d} \right]} \right) - 1 \right] \times 100\% \Rightarrow i = \left[\left(\sqrt[3]{1 + \left[\frac{0{,}15}{1-0{,}15} \right]} \right) - 1 \right] \times 100\% \Rightarrow i = 5{,}57\% a.m.$$

60. O valor atual de um título é de \$140.000,00. Sendo o desconto racional apurado à taxa de 5,5% a.m., igual a \$19.250,00. Com base nestas informações, determinar o número de dias que falta para o vencimento deste título.

$$D = A \times d \times n \Rightarrow 19.250 = 140.000 \times 0{,}055 \times n \Rightarrow n = 2{,}5.$$

Logo, faltam 2,5 meses (ou 75 dias) para o vencimento.

61. O desconto de uma duplicata de valor nominal de \$85.000,00 e com prazo de vencimento de 152 dias produz um valor atual de \$68.000,00. Determinar a taxa de desconto mensal "por dentro" e "por fora" desta operação.

♦ *Por dentro (racional):*

$$A = \frac{N}{1 + d \times n} \Rightarrow 68.000 = \left(\frac{85.000}{1 + d \times \frac{152}{30}} \right) \Rightarrow d = 4{,}93\% a.m.$$

♦ *Por fora (comercial):*

$$85.000 - 68.000 = 85.000 \times d \times 152/30 \Rightarrow d = 3{,}95\% a.m.$$

62. Um banco credita na conta de um cliente a quantia de $35.000,00 proveniente do desconto de um título efetuado 120 dias antes de seu vencimento. Sendo de 2,75% a.m. a taxa de desconto e de 1,6% a taxa administrativa cobrada pelo banco, pede-se determinar o valor nominal deste título.

$$A = N \times [1 - (d \times n + t)] \Rightarrow 35.000 = N \times \left[1 - \left(0{,}0275 \times {}^{120}\!/_{30} + 0{,}016\right)\right] \Rightarrow N = \$40.045{,}77.$$

63. Um banco concede empréstimos de acordo com o conceito de desconto simples "por fora". São propostas duas alternativas a um cliente, em termos de taxa de desconto e prazo. Determine o custo efetivo mensal de cada proposta de empréstimo.

a) d = 25,2% ao ano e prazo de 15 meses; 2,55%am

b) d = 31,4% ao ano e prazo de 18 meses. 3,60%am

64. Uma empresa apresenta num banco, para desconto, quatro duplicatas no valor nominal de $14.692,00, $25.510,00, $37.920,00 e $52.760,00, cada uma. As duplicatas foram descontadas 86 dias, 32 dias, 48 dias e 65 dias antes do vencimento, respectivamente. Sendo de 22,5% ao ano a taxa de desconto, calcular:

a) o prazo médio da operação;

$$n_{MED} = \frac{\sum_{k=1}^{4} N_k . n_k}{\sum_{k=1}^{4} N_k} \Rightarrow n_{MED} = \frac{14.692 \times 86 + 25.510 \times 32 + 37.920 \times 48 + 52.760 \times 65}{14.692 + 25.510 + 37.920 + 52.760} \Rightarrow n_{MED} = 56 dias.$$

b) o valor líquido liberado à empresa;

$$A_{líq} = \sum_{k=1}^{4} N_k \times (1 - d_k . n_k) \Rightarrow A_{líq} = 14.692 \times \left(1 - 0{,}225 \times {}^{86}\!/_{360}\right) + 25.510 \times \left(1 - 0{,}225 \times {}^{32}\!/_{360}\right) + 37.920 \times \left(1 - 0{,}225 \times {}^{48}\!/_{360}\right) +$$
$$52.760 \times \left(1 - 0{,}225 \times {}^{65}\!/_{360}\right) \Rightarrow A_{líq} = \$126.301{,}13.$$

c) a taxa interna de retorno.

Usando a HP-12C:

f REG	*14.692 g Cfj*
126.301,13 CHS g CF_0	*f IRR 100 ÷ 1 + 30 y^x 1 - 100 x*
0 g CFj 31 g Nj	
25.510 g Cfj	*A taxa interna de retorno é igual a 1,93% a.m.*
0 g CFj 15 g Nj	
37.920 g Cfj	

0 g CFj 16 g Nj
52.760 g Cfj
0 g CFj 20 g Nj

65. Uma empresa leva a um banco, para desconto, as seguintes duplicatas:

DUPLICATA	VALOR NOMINAL	PRAZO DE DESCONTO
A	14.000,00	50 dias
B	9.500,00	60 dias
C	12.300,00	80 dias
D	10.000,00	110 dias
E	7.000,00	122 dias
F	11.200,00	150 dias

Com base nestas informações, o banco creditou na conta da empresa o valor líquido de $57.007,13. Pede-se determinar:

a) o custo efetivo mensal desta operação pelo prazo médio ponderado;

$$n_{MED} = \frac{50 \times 14.000 + 60 \times 9.500 + 80 \times 12.300 + 110 \times 10.000 + 122 \times 7.000 + 150 \times 11.200}{14.000 + 9.500 + 12.300 + 10.000 + 7.000 + 11.200} \Rightarrow n_{MED} = 92 dias.$$

$$A = N \times (1 - d \times n) \Rightarrow 57.007{,}13 = 64.000 \times (1 - d \times 92) \Rightarrow d = 4\% a.m.$$

b) a taxa interna de retorno.

Usando a HP-12C:

f REG
57.007,13 CHS g CF_0
0 g CFj 49 g Nj
14.000 g Cfj
0 g CFj 9 g Nj
9.500 g Cfj
0 g CFj 19 g Nj
12.300 g Cfj
0 g CFj 29 g Nj
10.000 g Cfj
0 g CFj 11 g Nj
7.000 g Cfj
0 g CFj 27 g Nj
11.200 g Cfj
f IRR 100 ÷ 1 + 30 y^x 1 - 100 x

A taxa interna de retorno é igual a 3,88% a.m.

66. Uma empresa devedora de três títulos de $50.000,00 cada e cujos vencimentos são hoje e daqui a 2 e 5 meses, deseja substituí-los por um único título com vencimento para 6 meses. Determinar o valor deste título para uma taxa de desconto comercial simples de 6% ao mês.

201.562,5

67. Ao se apresentar um título para desconto "por fora", 4 meses antes do seu vencimento, à taxa simples de 3,30% a.m., obteve-se $6.600,00 de desconto. Determinar os valores atual e nominal do título.

$$D = N \times d \times n \Rightarrow 6.600 = N \times 0{,}033 \times 4 \Rightarrow N = 50.000{,}00$$

$$A = N - D \Rightarrow A = 50.000 - 6.600 \Rightarrow A = \$43.400{,}00.$$

68. Determinar o prazo de um título de $65.000,00 que descontado comercialmente à taxa simples de 3,5% a.m. resultou em $58.402,50 de valor líquido.

$D = N \times d \times n \Rightarrow 65.000 - 58.402{,}50 = 65.000 \times 0{,}035 \times n \Rightarrow$ n = 2,9 meses ou 87 dias.

69. Um título de valor nominal de $45.000,00 é negociado através de uma operação de desconto composto "por fora" 5 meses antes de seu vencimento. A taxa de desconto adotada atinge 4,5% a.m. Pede-se determinar o valor descontado, o desconto e a taxa de juros implícita mensal da operação.

$$A = N \times (1 - d)^n \Rightarrow A = 45.000 \times (1 - 0{,}045)^5 \Rightarrow A = \$35.746{,}16.$$

$$D = N - A \Rightarrow D = 45.000 - 35.746{,}16 \Rightarrow D = \$9.253{,}84$$

$$i = \left[\sqrt[5]{\frac{45.000}{35.746{,}16}} - 1\right] \times 100\% \Rightarrow i = 4{,}71\% a.m.$$

70. Uma empresa deve $100.000,00 a um banco cujo vencimento se dará daqui a 10 meses. No entanto, 5 meses antes do vencimento da dívida resolve quitar antecipadamente o empréstimo e solicita ao banco um desconto. O banco informa que opera de acordo com o conceito de desconto comercial composto, sendo sua taxa de desconto para esse tipo de operação de 4% a.m. Pede-se calcular o valor líquido que a empresa deve pagar ao banco quando da liquidação antecipada do empréstimo.

$$A = N \times (1 - d)^n \Rightarrow A = 100.000 \times (1 - 0{,}04)^5 \Rightarrow A = \$81.537{,}27.$$

71. Um título foi descontado à taxa de 2,5% a.m., 7 meses ante de seu vencimento. Sabe-se que esta operação produziu um desconto de $59.000,00. Admitindo o conceito de desconto comercial composto, calcular o valor nominal do título.

$$D = N \times \left[1 - (1 - d)^n\right] \Rightarrow 59.000 = N \times \left[1 - (1 - 0{,}025)^7\right] \Rightarrow N = \$363.281{,}69.$$

72. Calcular o valor do desconto racional composto de um título de valor nominal de $15.000,00 descontado 6 meses antes de seu vencimento à taxa de 3,5% ao mês.

$$A = \frac{N}{(1+d)^n} \Rightarrow A = \frac{15.000}{(1+0{,}035)^6} \Rightarrow A = \$12.202{,}51$$
$$D = N - A \Rightarrow D = 15.000 - 12.202{,}51 \Rightarrow D = \$2.797{,}49.$$

73. Um banco libera a um cliente $6.415,36 provenientes do desconto racional composto de um título de valor nominal de $8.442,18 descontado à taxa de 4% ao mês. Calcular o prazo de antecipação que foi descontado este título.

$$A = \frac{N}{(1+d)^n} \Rightarrow 6.415{,}36 = \frac{8.442{,}18}{(1+0{,}04)^n} \Rightarrow n = \frac{\ln\left({}^{8.442{,}18}\!/\!_{6.415{,}36} \right)}{\ln(1{,}04)} \Rightarrow n = 7 \text{ meses.}$$

74. Três títulos de valores nominais de $250.000,00, $190.000,00 e $150.000,00 vencem, respectivamente, daqui a 3, 5 e 9 meses. O devedor substituir estes títulos por um único de tal forma que se faça apenas um pagamento de $843.695,81. Determinar a época deste pagamento, se o credor opera à taxa de desconto comercial composto de 5%a.m.

Inicialmente iremos calcular o valor líquido que os 3 títulos originais proporcionam:

$$A = 250.000 \times (1-0{,}05)^3 + 190.000 \times (1-0{,}05)^5 + 150.000 \times (1-0{,}05)^9 \Rightarrow A = \$455.899{,}54.$$

$$A = N \times (1-d)^n \Rightarrow 455.899{,}54 = 843.695{,}81 \times (1-0{,}05)^n \Rightarrow n = \frac{\ln\left({}^{455.899{,}54}\!/\!_{843.695{,}81} \right)}{\ln(0{,}95)} \Rightarrow n = 12$$

Resp: O pagamento deve ser efetuado daqui a 1 ano (12 meses).

75. Uma empresa devedora de três títulos de $70.000,00, $80.000,00 e $90.000,00 com vencimentos daqui a 3, 4 e 5 meses, respectivamente, deseja substituí-los por um único título com vencimento daqui a 8 meses. Determinar o valor nominal deste título para uma taxa de desconto bancário de 4% a.m.

$$A = 70.000 \times (1 - 3 \times 0{,}04) + 80.000 \times (1 - 4 \times 0{,}04) + 90.000 \times (1 - 5 \times 0{,}04) \Rightarrow A = \$200.800{,}00.$$

$$200.800 = N \times (1 - 8 \times 0{,}04) \Rightarrow N = \$295.294{,}12.$$

V. SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

76. Uma pessoa está negociando a compra de um imóvel pelo valor de $350.000,00. As condições de amortização propostas são as seguintes:

1º mês: $70.000,00
2º mês: $50.000,00
3º mês: $80.000,00

4º mês: $60.000,00

5º mês: $90.000,00

Sendo de 2,5% ao mês a taxa corrente de juros, determinar o valor dos desembolsos mensais (amortização, juros e prestação) que devem ser efetuados caso o negócio seja realizado nestas condições.

Principal: 350.000,00
Taxa: 2,50%

Mês	Juros	Prestação	Amortização	Saldo Devedor
1	8.750,00	78.750,00	70.000,00	280.000,00
2	7.000,00	57.000,00	50.000,00	230.000,00
3	5.750,00	85.750,00	80.000,00	150.000,00
4	3.750,00	63.750,00	60.000,00	90.000,00
5	2.250,00	92.250,00	90.000,00	0,00

77. Um financiamento para capital de giro no valor de $1.000.000,00 é concedido a uma empresa pelo prazo de 4 anos. A taxa de juros contratada é de 10% a.a. Sendo adotado o sistema de amortização americano desta dívida, calcular o valor de cada prestação anual.

Principal: 1.000.000,00
Taxa: 10,00%
Sistema: Americano

Ano	Juros	Prestação	Amortização	Saldo Devedor
1	100.000,00	100.000,00	0,00	1.000.000,00
2	100.000,00	100.000,00	0,00	1.000.000,00
3	100.000,00	100.000,00	0,00	1.000.000,00
4	100.000,00	1.100.000,00	1.000.000,00	0,00

78. Um financiamento no valor de $100.000,00 será liquidado pelo sistema de amortização constante em 40 parcelas mensais. A taxa de juros contratada para a operação é de 3% a.m. Determinar:

a) o valor de cada amortização mensal;

$$Amort_t = \frac{PV}{n} \Rightarrow Amort_t = \frac{100.000}{40} \; Amort_t = \$2.500{,}00$$

b) o valor dos juros e da prestação referentes a 25ª prestação;

$$PMT_t = \frac{PV}{n} \times [1 + i \times (n - t + 1)]$$

$$PMT_{25} = \frac{100.000}{40} \times [1 + 0{,}03 \times (40 - 25 + 1)] \Rightarrow PMT_{25} = \$3.700{,}00$$

$$J_{25} = PMT_{25} - Amort_{25} \Rightarrow J_{25} = 3.700 - 2.500 \Rightarrow J_{25} = \$1.200{,}00$$

c) o valor da última prestação;

$$PMT_{40} = \frac{100.000}{40} \times [1 + 0{,}03 \times (40 - 40 + 1)] \Rightarrow PMT_{40} = \$2.575{,}00$$

d) o valor do saldo devedor imediatamente após o pagamento da 20ª prestação.

$$SD_t = \frac{PV}{n} \times (n-t) \Rightarrow SD_{20} = \frac{100.000}{40} \times (40-20) \Rightarrow SD_t = \$50.000$$

79. Um financiamento no valor de $1.500.000,00 é amortizado em 40 parcelas mensais pelo sistema de amortização francês. A taxa de juros contratada é de 5% ao mês. Determinar:

a) o valor de cada prestação mensal;

$$PMT = PV \times \left[\frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] \Rightarrow PMT = 1.500.000 \times \left[\frac{0{,}05 \times (1+0{,}05)^{40}}{(1+0{,}05)^{40} - 1}\right] \Rightarrow PMT = \$87.417{,}24$$

b) o valor da amortização e dos juros referente à 23ª prestação;

$$Amort_1 = PMT - J_1 \Rightarrow Amort_1 = 87.417{,}24 - 0{,}05 \times 1.500.000 \Rightarrow Amort_1 = \$12.417{,}24$$

$$Amort_t = Amort_1 \times (1+i)^{t-1} \Rightarrow Amort_{23} = 12.417{,}24 \times (1+0{,}05)^{22} \Rightarrow Amort_{23} = \$36.323{,}66$$

$$J_{23} = PMT - Amort_{23} \Rightarrow J_{23} = 87.417{,}24 - 36.323{,}66 \Rightarrow J_{23} = \$51.093{,}58$$

c) o valor do saldo devedor após o pagamento da 28ª prestação.

$$SD_t = PMT \times \left[\frac{(1+i)^{n-t} - 1}{i \times (1+i)^{n-t}}\right] \Rightarrow SD_{28} = 87.417{,}24 \times \left[\frac{(1+0{,}05)^{40-28} - 1}{0{,}05 \times (1+0{,}05)^{40-28}}\right] \Rightarrow SD_{28} = 774.801{,}15.$$

80. Um banco concede um empréstimo de $480.000,00 para ser amortizado de acordo com as seguintes condições:

1° semestre:	$30.000,00	4° semestre:	$90.000,00
2° semestre:	$50.000,00	5° semestre:	$110.000,00
3° semestre:	$70.000,00	6° semestre:	$130.000,00

O empréstimo é realizado sem carência. Sendo de 8% a taxa de juros paga semestralmente, determinar os desembolsos periódicos exigidos por este empréstimo.

Principal: 480.000,00
Taxa: 8,00%

Semestre	Juros	Prestação	Amortização	Saldo Devedor
1	38.400,00	68.400,00	30.000,00	450.000,00
2	36.000,00	86.000,00	50.000,00	400.000,00
3	32.000,00	102.000,00	70.000,00	330.000,00
4	26.400,00	116.400,00	90.000,00	240.000,00
5	19.200,00	129.200,00	110.000,00	130.000,00
6	10.400,00	140.400,00	130.000,00	0,00

81. Considere um financiamento de $ 3.000.000,00 amortizado pelo SAM. O prazo é de 35 meses e a taxa de juros de 5% ao mês. Determinar:

a) o valor da amortização da 15ª prestação;

SAF: $PMT = PV \times \left[\dfrac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] \Rightarrow PMT = 3.000.000 \times \left[\dfrac{0{,}05 \times (1+0{,}05)^{35}}{(1+0{,}05)^{35} - 1}\right] \Rightarrow PMT = \$183.215{,}12$

$Amort_1 = PMT - J_1 \Rightarrow Amort_1 = 183.215{,}12 - 0{,}05 \times 3.000.000 \Rightarrow Amort_1 = \$33.215{,}12$

$Amort_t = Amort_1 \times (1+i)^{t-1} \Rightarrow Amort_{15} = 33.215{,}12 \times (1+0{,}05)^{14} \Rightarrow Amort_{15} = \$65.763{,}67$

SAC: $Amort_t = \dfrac{PV}{n} \Rightarrow Amort_t = \dfrac{3.000.000}{35} Amort_t = \$85.714{,}29$

SAM: $Amort_{15}(SAM) = \dfrac{Amort_{15}(SAF) + Amort_{15}(SAC)}{2} \Rightarrow Amort_{15}(SAM) = \$75.738{,}98$

b) o saldo devedor após o pagamento da 20ª prestação.

SAF:

$$SD_t = PMT \times \left[\frac{(1+i)^{n-t} - 1}{i \times (1+i)^{n-t}}\right] \Rightarrow SD_{20} = 183.215{,}12 \times \left[\frac{(1+0{,}05)^{35-20} - 1}{0{,}05 \times (1+0{,}05)^{35-20}}\right] \Rightarrow SD_{20} = \$1.901.710{,}36.$$

SAC: $SD_t = \dfrac{PV}{n} \times (n-t) \Rightarrow SD_{20} = \dfrac{3.000.000}{35} \times (35-20) \Rightarrow SD_{20} = \$1.285.714{,}29$

SAM: $SD_{20}(SAM) = \dfrac{SD_{20}(SAF) + SD_{20}(SAC)}{2} \Rightarrow SD_{20}(SAM) = \$1.593.712{,}33.$

82. Um financiamento de \$1.600.000,00 pode ser amortizado pelo SAC, SAF e SAM. O prazo é de 32 meses e a taxa de juros de 3% ao mês. Determinar:

a) o valor da 10ª prestação de cada um dos sistemas de amortização;

SAF: $PMT = PV \times \left[\dfrac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] \Rightarrow PMT = 1.600.000 \times \left[\dfrac{0{,}03 \times (1+0{,}03)^{32}}{(1+0{,}05)^{32} - 1}\right] \Rightarrow PMT = \$78.474{,}59$

SAC: $PMT_t = \dfrac{PV}{n} \times [1 + i \times (n-t+1)] \Rightarrow PMT_{10} = \dfrac{1.600.000}{32} \times [1 + 0{,}03 \times (32 - 10 + 1)] \Rightarrow PMT_{10} = \$84.500{,}00$

SAM: $PMT(SAM) = \dfrac{PMT(SAF) + PMT(SAC)}{2} \Rightarrow PMT_{10}(SAM) = \dfrac{PMT_{10}(SAF) + PMT_{10}(SAC)}{2} = \$81.487{,}30$

b) o saldo devedor imediatamente após o pagamento da 20ª prestação pelos três sistemas de amortização;

SAF: $SD_t = PMT \times \left[\dfrac{(1+i)^{n-t} - 1}{i \times (1+i)^{n-t}}\right] \Rightarrow SD_{20} = 78.474{,}59 \times \left[\dfrac{(1+0{,}03)^{32-20} - 1}{0{,}03 \times (1+0{,}03)^{32-20}}\right] \Rightarrow SD_{20} = \$781.136{,}36$

SAC: $SD_t = \dfrac{PV}{n} \times (n-t) \Rightarrow SD_{20} = \dfrac{1.600.000}{32} \times (32-20) \Rightarrow SD_{20} = \$600.000{,}00$

SAM: $$SD_{20}(SAM)=\frac{SD_{20}(SAF)+SD_{20}(SAC)}{2}\Rightarrow SD_{20}(SAM)=\$690.568,18$$

c) os valores de amortização e juros contidos na 27ª prestação dos três sistemas de amortização;

SAF: $$PMT=PV\times\left[\frac{i\times(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]\Rightarrow PMT=1.600.000\times\left[\frac{0,03\times(1+0,03)^{32}}{(1+0,03)^{32}-1}\right]\Rightarrow PMT=\$78.474,59$$

$$Amort_1=PMT-J_1\Rightarrow Amort_1=78.474,59-0,03\times 1.600.000\Rightarrow Amort_1=\$30.474,59$$

$$Amort_t=Amort_1\times(1+i)^{t-1}\Rightarrow Amort_{27}=30.474,59\times(1+0,03)^{27-1}\Rightarrow Amort_{27}=\$65.721,23$$

$$J_{27}=PMT_{27}-Amort_{27}\Rightarrow J_{27}=78.474,59-65.721,23\Rightarrow J_{27}=\$12.753,36$$

SAC: $$Amort_t=\frac{PV}{n}\Rightarrow Amort_t=\frac{1.600.000}{32}\,Amort_t=\$50.000,00$$

$$J_t=\frac{PV}{n}\times[i\times(n-t+1)]\Rightarrow J_{27}=\frac{1.600.000}{32}\times[0,03\times(32-27+1)]\Rightarrow J_{27}=9.000,00$$

SAM: $$Amort_{27}(SAM)=\frac{Amort_{27}(SAF)+Amort_{27}(SAC)}{2}\Rightarrow Amort_{27}(SAM)=\$57.860,62$$

$$J_{27}(SAM)=\frac{J_{27}(SAF)+J_{27}(SAC)}{2}\Rightarrow J_{27}(SAM)=\$10.876,68$$

d) em que momento as prestações do SAC e do SAF tornam-se iguais.

SAF: $$PMT=PV\times\left[\frac{i\times(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]\Rightarrow PMT=1.600.000\times\left[\frac{0,03\times(1+0,03)^{32}}{(1+0,03)^{32}-1}\right]\Rightarrow PMT=\$78.474,59$$

SAC: $$PMT_t=\frac{PV}{n}\times[1+i\times(n-t+1)]\Rightarrow PMT_t=\frac{1.600.000}{32}\times[1+0,03\times(32-t+1)]$$

Igualando-se as expressões e resolvendo para "t", conclui-se que as prestações igualam-se aproximadamente no 14º mês.

83. Seja um financiamento com prazo de amortização de 20 anos e juros de 30% ao ano. A operação é contratada pelo SAF. Pede-se determinar o momento em que o saldo devedor da dívida esteja reduzido à metade.

$$SD_t=PMT\times\left[\frac{(1+i)^{n-t}-1}{i\times(1+i)^{n-t}}\right]=\frac{PV}{2}$$

$$\cancel{PV}\times\left[\overbrace{\frac{0,30\times(1+0,30)^{20}}{(1+0,30)^{20}-1}}^{A}\right]\times\left[\frac{(1+0,30)^{20-t}-1}{0,30\times(1+0,30)^{20-t}}\right]=\frac{\cancel{PV}}{2}$$

$$\frac{1,3^{20-t}-1}{1,3^{20-t}}=\frac{0,30}{2\times A}\Rightarrow 1-1,3^{t-20}=\frac{0,15}{A}\Rightarrow 1,3^{t-20}=1-\frac{0,15}{A}\Rightarrow (t-20)\times\log(1,3)=\log\left(1-\frac{0,15}{A}\right)\Rightarrow t=20+\frac{\log\left(1-\frac{0,15}{A}\right)}{\log(1,3)}$$

t = 17,38 anos. Logo, o saldo devedor cairá à metade entre a 17ª e a 18ª prestação.

84. Seja um financiamento, sem carência, de $2.000.000 a ser pago em 35 prestações mensais pelo Sistema Price. Considerando a taxa de juros de 2% a.m., calcule:

a) a amortização da 3ª prestação; 41.620,6

b) os juros da 7ª prestação; 34.952,95

c) o saldo devedor após o pagamento da 12ª prestação; 1.463.457,18

d) $Amort_{17}+Amort_{18}+Amort_{19}+Amort_{20}$ 226.348,40.

e) $J_{24}+J_{25}+J_{26}$ 46.954,23.

f) o saldo devedor após o pagamento da 30ª prestação. 377.097,59

85. Um financiamento foi liquidado pelo Sistema de Amortização Francês em 50 prestações mensais a uma taxa de 1% a.m. Calcule o valor financiado, sabendo-se que a $Amort_{15}$= $11.634,55.

$$Amort_t = Amort_1 \times (1+i)^{t-1} \Rightarrow Amort_{15} = Amort_1 \times (1+0{,}01)^{15-1} \Rightarrow Amort_1 = \frac{Amort_{15}}{1{,}01^{14}} = \frac{11.634{,}55}{1{,}01^{14}} \Rightarrow Amort_1 = \$10.121{,}63$$

$$J_1 = i \times PV \Rightarrow J_1 = 0{,}01 \times PV$$

$$PMT = PV \times \left[\frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] = Amort_1 + J_1 = 10.121{,}63 + 0{,}01 \times PV$$

$$10.121{,}63 + 0{,}01 \times PV = PV \times \left[\frac{0{,}01 \times (1+0{,}01)^{50}}{(1+0{,}01)^{50} - 1}\right] \Rightarrow PV = \$652.472{,}33$$

86. Um financiamento no valor de $500.000,00 será liquidado pelo sistema de amortização constante em 30 parcelas mensais. A taxa de juros contratada para a operação é de 2,5% a.m. Determinar:

a) o valor de cada amortização mensal;16.666,67

b) o valor dos juros da 15ª prestação; 6.666,66

c) o valor da 24ª prestação; 19,583,33

d) o valor do saldo devedor imediatamente após o pagamento da 27ª prestação.50.000,00

87. Seja um financiamento com prazo de amortização de 30 anos e juros de 5% ao ano. A operação é contratada pelo SAF. Pede-se determinar o momento em que o saldo devedor da dívida corresponda a 40% do valor do financiamento.

$$SD_t = PMT \times \left[\frac{(1+i)^{n-t}-1}{i\times(1+i)^{n-t}}\right] = 0,40\times PV$$

$$\cancel{PV}\times\left[\overbrace{\frac{0,05\times(1+0,05)^{30}}{(1+0,05)^{30}-1}}^{A}\right]\times\left[\frac{(1+0,05)^{30-t}-1}{0,05\times(1+0,05)^{30-t}}\right]=0,40\times\cancel{PV}$$

$$\frac{1,05^{30-t}-1}{1,05^{30-t}}=\frac{0,40\times 0,05}{A}\Rightarrow 1-1,05^{t-30}=\frac{0,02}{A}\Rightarrow 1,05^{t-30}=1-\frac{0,02}{A}\Rightarrow (t-30)\times\log(1,05)=\log\left(1-\frac{0,02}{A}\right)$$

$$\Rightarrow t=30+\frac{\log\left(1-\frac{0,02}{A}\right)}{\log(1,05)}$$

t = 22,47 anos. Logo, o saldo devedor cair a 40% da dívida original entre a 22ª e a 23ª prestação.